

MODELADO Y SIMULACIÓN de sistemas naturales

Diana Díaz
Carlos Bojacá
Rodrigo Gil

Francisco de P. Gutiérrez B
Juanita Burgos Bedout
Javier Riascos Ochoa
Gabriel Villalobos
Favio Cala Vitery



UTADEO

UNIVERSIDAD DE BOGOTÁ JORGE TADEO LOZANO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES E INGENIERÍA

MODELADO Y SIMULACIÓN de sistemas naturales



UTADEO

UNIVERSIDAD DE BOGOTÁ JORGE TADEO LOZANO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES E INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Modelado y simulación de sistemas naturales / Favio Cala Vitery editor académico ; autores Carlos Ricardo Bojaca Aldana ... [et al.]. – Bogotá : Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano. Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería. Departamento de Ciencias Básicas, 2017.
222 p. : il., mapas, gráficas ; 24 cm.

ISBN: 978-958-725-202-6

1. MODELOS MATEMÁTICOS. 2. MÉTODOS DE SIMULACIÓN. 3. SIMULACIÓN POR COMPUTADOR. 4. CIENCIAS NATURALES - MÉTODOS DE SIMULACIÓN.

I. Cala Vitery, Favio, ed. ; Bojacá Aldana, Carlos Ricardo.

CDD511.8

© Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano
Carrera 4 No 22-61 –PBX: 2427030 –www.utadeo.edu.co

Modelado y simulación de sistemas naturales

ISBN: 978-958-725-202-6

Primera edición: 2017

Rectora: Cecilia María Vélez White

Vicerrectora Académica: Margarita María Peña Borrero

Decano de la facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería: Isaac Dyner Rezonzew

Director de Investigación, Creación y Extensión: Leonardo Pineda Serna

Director del Departamento de Ciencias Básicas: Favio Ernesto Cala Vitery

Jefe de Publicaciones: Daniel Mauricio Blanco Betancourt

Coordinador editorial: Jaime Melo Castiblanco

Corrección de estilo: Hernando García Bustos

Coordinación gráfica y diseño: Luis Carlos Celis Calderón

Diseño y diagramación: Francisco Jiménez Montero

Diseño carátula: Claudia Rodríguez

Revisión editorial: Mary Lidia Molina

Impresión Digital: Xpress Estudio Gráfico y Digital

El presente libro es resultado investigación.

Hace parte de la línea de investigación Modelado y simulación de sistemas,
del Departamento de Ciencias Básicas de la Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería

Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio sin
autorización escrita de la Universidad.

IMPRESO EN COLOMBIA - PRINTED IN COLOMBIA

MODELADO Y SIMULACIÓN de sistemas naturales

Favio Cala Vitery
Editor académico

Autores

Carlos Ricardo Bojacá Aldana
Diana Cristina Díaz Guevara
Favio Cala Vitery
Francisco de Paula Gutiérrez Bonilla
Gabriel Villalobos Camargo
Javier Riascos Ochoa
Juanita Burgos Bedout
Rodrigo Gil Castañeda



UTAD E O

UNIVERSIDAD DE BOGOTÁ JORGE TADEO LOZANO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES E INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Contenido

Prefacio	7
1. Modelado y simulación de sistemas climáticos: desde la escala global hasta los microclimas	11
Diana Cristina Díaz Guevara	
2. Modelos espaciales en cultivos	41
Rodrigo Gil Castañeda y Carlos Ricardo Bojacá Aldana	
3. Modelado del crecimiento de cultivos: experiencias locales para el tomate bajo invernadero	73
Carlos Ricardo Bojacá Aldana y Rodrigo Gil Castañeda	
4. Aspectos merísticos, biométricos y tróficos como indicadores del establecimiento poblacional de <i>Oreochromis niloticus</i>, L. 1758 (<i>Pisces: Cichlidae</i>) en la cuenca hidrográfica del río Sinú, Colombia	101
Francisco de Paula Gutiérrez Bonilla y Juanita Burgos Bedout	
5. Modelos estocásticos en dinámica de poblaciones: introducción y comparación con los modelos determinísticos	137
Javier Riascos Ochoa	
6. Introducción a los modelos mesoscópicos: los modelos estadísticos de fractura y los métodos de agregación en materia suave	165
Gabriel Villalobos Camargo	
7. El modelo de Bohm de la mecánica cuántica	199
Favio Cala Vitery	

Prefacio

El modelado y simulación (M&S) es una disciplina científica transversal que permite obtener un nivel de comprensión difícilmente alcanzable utilizando otro enfoque disciplinar. Al integrar técnicas matemáticas, formales, conceptuales y computacionales, el M&S permite el estudio e investigación en casi cualquier campo del conocimiento. Este libro compendia algunos trabajos y resultados de investigación especialmente orientados hacia el estudio de sistemas naturales. Estos han sido realizados por el grupo de investigación de Modelado y Simulación de Sistemas, de la Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano. Un modelo puede entenderse como una representación, bien sea abstracta, análoga, fenomenológica o idealizada, de un objeto o sistema. Mediante el modelado se busca mejorar el conocimiento y la comprensión de un fenómeno o proceso y ello involucra el estudio de la interacción entre las partes de un sistema y el sistema como un todo. La simulación, por su parte, debe permitir la operación o manipulación matemática y/o computacional del modelo con el fin de representar la sucesión temporal de su comportamiento. El M&S ha revolucionado la ciencia ya que los modelos no son propiamente teorías científicas y las simulaciones no son tampoco propiamente experimentos científicos; pero permiten pulir, calibrar o mejorar las teorías y, si se quiere, mejorar el diseño de experimentos y en muchos casos anticipar los resultados de estos.

Las teorías, en general, están integradas por dos grandes elementos conceptuales no del todo separables: a) un formalismo, es decir,

un aparato matemático con unas reglas operativas para calcular, y b) una interpretación, es decir, una ontología que cuenta, en correspondencia con el formalismo, cuál es la imagen de los fenómenos, de los procesos y del mundo que la teoría pretende describir o explicar conforme al registro experimental. El modelado permite, al nivel de la teoría, acercar el formalismo científico a su interpretación con el fin de lograr una mejor comprensión, explicación y descripción de los sistemas estudiados. La simulación (por computador), con ciertas restricciones, permite representar la evolución del sistema modelado, y en este sentido se ha convertido en una especie de enlace con la experiencia; de experimentación en un laboratorio artificial.

Ejemplos de lo anterior se presentan en los capítulos de este libro. En el primero, se describe el proceso general para modelar sistemas climáticos y se refieren las características de algunos modelos atmosféricos, oceánicos y de microclima. Al final del capítulo se presenta también un ejemplo de modelado y predicción climática usando técnicas estadísticas. En el segundo capítulo se integran dos tipos de modelos aparentemente no relacionados, la geoestadística y el modelado de cultivos, para llevar a cabo un ejercicio de simulación que permite cuantificar el efecto de la variación espacial de la temperatura dentro de invernaderos en el crecimiento de cultivos de tomate. El capítulo tercero recopila los resultados de investigaciones propias en las que se ha utilizado un modelo de simulación del tomate cultivado bajo condiciones de invernadero y calibrado para las condiciones locales con el fin de evaluar diferentes alternativas de climatización en la Sabana de Bogotá. De igual manera se presenta el impacto ambiental que ocasionarían dichas alternativas técnicas en caso de llegar a establecerse en la realidad. En el cuarto, se utilizaron técnicas de modelado matemático con el fin de determinar cuáles de las variables morfológicas, tróficas y reproductivas propias de *O. niloticus* (tilapia) –especie alóctona, procedente de África, e introducida en Colombia con fines de piscicultura comercial en 1977– son las que mayor peso tienen en el comportamiento de la especie, su establecimiento poblacional en la cuenca del río Sinú y las consecuencias biológicas de este. El quinto capítulo introduce al lector en la teoría de los procesos estocásticos,

con énfasis en los procesos conocidos como Cadenas de Markov de Tiempo Continuo (CMTC) e ilustra su aplicación a problemas de dinámica de poblaciones. Allí se muestra que el formalismo por CMTC permite modelar la naturaleza discreta de las variables de estado, es decir, del número de individuos, y la aleatoriedad inherente al fenómeno. En el sexto capítulo se presentan modelos que buscan establecer relaciones cuantitativas entre parámetros a escala nanoscópica y escala mesoscópica mediante el uso de elementos discretos individuales; contrastándolos con métodos como el de los elementos finitos, que usualmente toman promedios macroscópicos de los materiales. Para ello se resaltan las similitudes entre dos aplicaciones específicas: los métodos de agregación para materia suave y los modelos estadísticos de fractura. Estos modelos se han utilizado en campos tan diversos como los medios granulares, el fluido de los líquidos complejos, y la aparición y propagación de fracturas. Finalmente, en el último capítulo se contrastan dos versiones, o modelos, de la mecánica cuántica: el modelo estándar Copenhague, incluido en prácticamente todos los libros de texto, y el modelo de Bohm. Allí se argumenta que el modelo de Bohm, al implicar una representación inteligible del micromundo cuántico, debería considerarse como aquel que permite una ontología, una interpretación, más adecuada de los fenómenos cuánticos no relativistas.

1 ● **Modelado y simulación de sistemas climáticos: desde la escala global hasta los microclimas**

Diana Cristina Díaz Guevara

1.1 Introducción

La obra *Meteorológica*, de Aristóteles, así como *Les météores* de Descartes, los escritos de Lavoisier, los experimentos de Benjamín Franklin y más recientemente los estudios de Edward Lorenz son algunas de las evidencias que muestran la pretensión del hombre por comprender el clima y el estado del tiempo. Desde la antigüedad el ser humano ha planteado hipótesis para explicar la dinámica atmosférica debido al papel determinante que tiene para la continuidad de la vida en el planeta. La observación constante y el registro de datos meteorológicos fueron el punto de partida para erigir el conocimiento empírico sobre el comportamiento de la atmósfera que hoy día continúa siendo difundido. Sin embargo, con el avance de la Teoría General de Sistemas (TGS), ciencias como la climatología y la meteorología han adoptado el enfoque sistémico para abordar sus objetos de estudio, que van desde el clima y el tiempo del planeta Tierra hasta el microclima en un invernadero (Pasini, 2009).

En particular, el modelado y simulación del sistema climático de la Tierra es un problema de interés actual, dada la necesidad de predecir su posible comportamiento en las décadas siguientes. Teniendo en cuenta la TGS el sistema climático de la Tierra se define como el

conjunto conformado por cinco componentes principales: la atmósfera, la hidrosfera, la criósfera, la superficie terrestre y la biósfera, los cuales interactúan entre sí a través de procesos físicos, químicos, biológicos y geológicos (IPCC, 2001). El vocabulario aportado por la TGS facilitó e incentivó la formulación de modelos matemáticos para representar y simular la dinámica del clima terrestre considerándolo como un sistema en el cual las relaciones existentes entre todas sus partes se basan en el intercambio de momentum, masa y energía (McGuffie, 2005).

En la actualidad existe gran variedad de modelos del sistema climático de la Tierra, desde lo más sencillos que se centran en el comportamiento de la atmósfera y el océano considerándolos como fluidos ideales, hasta los más complejos que demandan mayor capacidad de cómputo porque incorporan procesos como la turbulencia, la interacción Tierra-atmósfera en la capa límite planetaria, la formación de las capas de hielo, la microfísica de nubes, el uso del suelo, y el ciclo del carbono, entre otros. Los modelos pueden utilizarse para la predicción climática y meteorológica y abarcan desde la escala planetaria hasta la microescala (OMM, 2008; 2011).

Por otra parte, los sistemas climáticos de menor dimensión espacial que son objeto de modelado son aquellos que ocupan un área local caracterizada porque su clima difiere del medio que lo rodea. Las islas de calor que se crean en las ciudades, una vivienda o los invernaderos utilizados para la producción de cultivos son ejemplos canónicos de este tipo de sistemas. Independientemente de la escala espacio-temporal, los modelos dinámicos de sistemas climáticos comparten en general la misma estructura básica; las variables por considerar son las mismas y al igual que cualquier sistema natural, se rigen por los mismos principios físicos de conservación de la masa, la energía y el momentum. En este capítulo se describe en forma sucinta el proceso general para modelar sistemas climáticos. A manera de ejemplo, se mencionan las características de algunos modelos matemáticos determinísticos utilizados para hacer simulaciones computacionales de la atmósfera, el océano o un microclima, y también de modelos matemáticos probabilísticos cuyo objetivo es predecir con cierto grado de confiabilidad las relaciones entre las variables de un sistema climático.

1.2 Modelado de sistemas climáticos

El modelo tiene como objetivo describir el comportamiento temporal y/o espacial de las variables de estado de los elementos que conforman el sistema que se desea representar. El proceso general sugerido para modelar y simular un Sistema Climático (SC) se presenta en la figura 1.

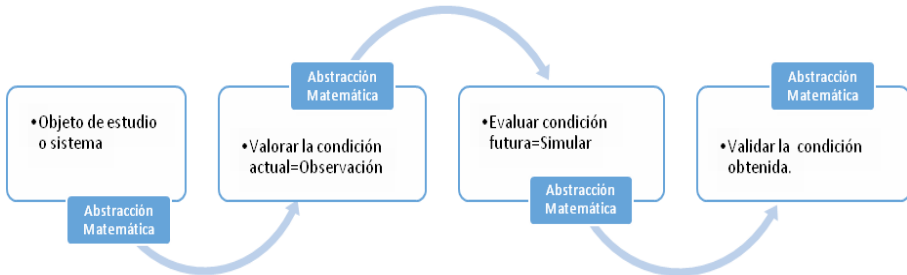


Figura 1. Proceso general para modelar un sistema climático. Los dos primeros cuadros corresponden a la modelación, la cual se representa con funciones matemáticas; el tercer cuadro se refiere a la simulación, y el cuarto a la contrastación teórica o experimental que reporta la literatura.

El objeto de estudio puede ser la atmósfera, el océano o el microclima de un invernadero. El punto de partida para la abstracción matemática son los procesos físicos relacionados con la transferencia de momentum, energía y masa. Estos intercambios suceden entre las partes del sistema y de ellos con el medio externo (McGuffie, 2005; Pasini, 2009).

Valorar la condición actual significa reunir la información disponible de las variables asociadas al sistema, como lo son la radiación solar, temperatura, presión, viento, humedad y precipitación, radiación ultravioleta, dirección de los vientos, pluviometría. El ejercicio se realiza mediante la observación y la medición con estaciones meteorológicas; pueden incluirse tantas variables como el investigador considere apropiado o como la capacidad de cómputo y la disponibilidad de datos lo permitan (Stocker, 2011). Estos registros son la primera aproximación al SC; con ellos se conocen los rangos entre los cuales oscilan

las variables y se identifican los parámetros, condiciones iniciales y de frontera que serán necesarios para plantear el modelo.

Posteriormente se plantea el conjunto de ecuaciones que permiten describir la evolución del sistema en el tiempo y/o en el espacio. Las expresiones matemáticas pueden ser funciones integrables y logarítmicas, de probabilidad, o ecuaciones diferenciales (Pasini, 2009). En esta etapa también se estudia el método para resolver las ecuaciones, que puede ser analítico, estadístico o numérico, y dependiendo del caso se eligen además las coordenadas y el tipo de grilla por utilizar.

En la siguiente etapa el objetivo es evaluar la condición futura y es cuando inicia el proceso de simulación del comportamiento del sistema. Los resultados obtenidos se someten luego a un proceso de validación que al ser superado convierten el modelo en una representación confiable para simular la evolución del sistema y así pronosticar su estado en un tiempo dado (Laurence, 1988; McGuffie, 2005). Al concluir el proceso general para modelar y simular un sistema climático el resultado será un modelo cuya estructura básica pueda resumirse como lo indica la figura 2.

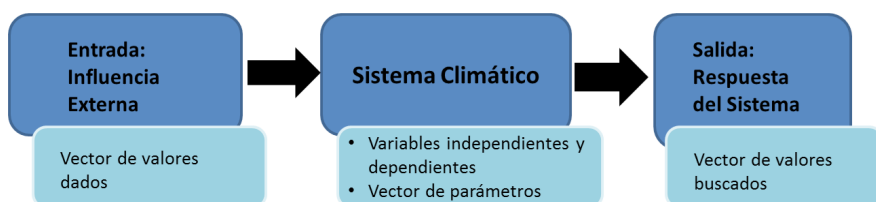


Figura 2. Estructura básica de un modelo para simular la dinámica de un sistema climático.

En las siguientes secciones se exponen diferentes tipos de modelos que han sido planteados de acuerdo con el proceso y estructura de las figuras 1 y 2. Para empezar, se presenta una descripción de los modelos del sistema climático terrestre indicando cuáles son las características generales, las aproximaciones utilizadas, las ecuaciones,

entradas, salidas y métodos numéricos que utilizan. Se completa la sección con ejemplos de modelos atmosféricos y oceánicos. Posteriormente se muestra un modelo que simula un microclima para observar que el procedimiento continúa siendo similar, y finalmente se relata otro tipo de modelado utilizado en climatología que se fundamenta en técnicas estadísticas de correlación.

1.2.1 Modelos del Sistema Climático Terrestre

Los Modelos del Sistema Climático Terrestre (MSCT) tienen como objetivo pronosticar el tiempo, predecir el clima o generar escenarios de cambio climático. El objeto de estudio es el sistema conformado por la atmósfera, los océanos, la superficie de la Tierra, los seres vivos y el hielo marino (Stocker, 2011).

Los MSCT contemplan una escala espacial tan grande como las mismas dimensiones del globo terráqueo y deben, por ello, ser capaces de simular fenómenos como los mostrados en la figura 3, pertenecientes a la escala espacial planetaria y a la de predicción para un período amplio. Otros MSCT se especializan en representar los fenómenos que están entre la gran escala, la mesoescala y la topoescala. En la gran escala se encuentran, por ejemplo, las fluctuaciones en la circulación asociadas a grandes sistemas de baja presión, con longitudes de onda de miles de kilómetros y períodos de días (figura 3). En la mesoescala se ubican, por ejemplo, sistemas convectivos del orden de kilómetros o cientos de kilómetros y con duraciones de horas a días; también se hallan las oscilaciones locales en la circulación producto de la interacción entre calentamientos diferenciales provocados por el ciclo diurno y cambios en la topografía de la superficie. En la figura 3 se presentan más ejemplos de algunos de los fenómenos físicos que los MSCT ayudan a analizar en las diferentes escalas espacial y temporal. Los nombres y límites de cada escala varían según el autor, en este caso se muestran en la figura 3 las escalas más difundidas, que son las de Orlanski (1975) y de la Organización Meteorológica Mundial (OMM, 2008, 2011).

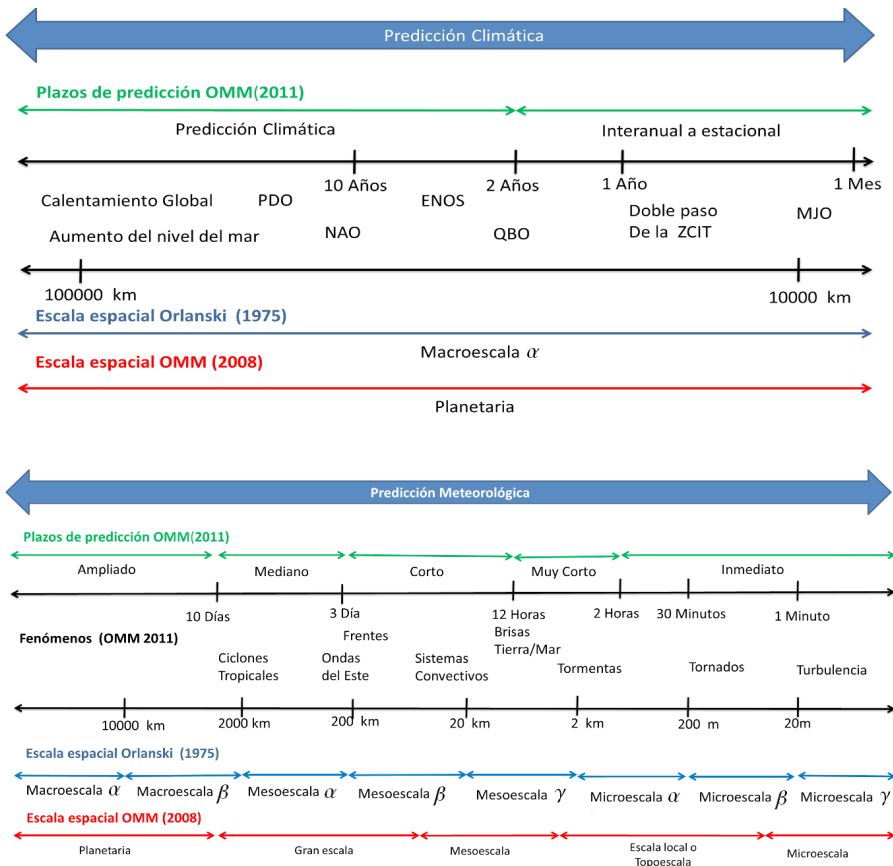


Figura 3. Escalas de predicción climática (arriba) y meteorológica (abajo) a las cuales pertenecen algunos fenómenos de relevancia para Colombia.

Fuente: Diagrama elaborado con base en la información de los documentos OMM (2008, 2011). PDO: Pacific Decadal Oscillation, NAO: North Atlantic Oscillation, ENOS: El Niño Oscilación Sur, QBO: Quasi-biennial oscillation, ZCIT: Zona de Convergencia Intertropical, MJO: Madden-Julian Oscillation.

Los MSCT consideran la Tierra como una esfera en rotación rodeada por una capa de agua que representa el océano, o por un fluido compuesto de gases y agua en sus tres fases que representa la atmósfera. Estos fluidos están bajo la influencia del campo gravitacional de la Tierra y sus movimientos se describen mediante la ecuación de estado de los gases, la ecuación hidrostática y las ecuaciones primitivas que son las que representan los principios de conservación del momentum, la energía y la masa. En coordenadas rectangulares las ecuaciones primitivas son:

Conservación del momentum:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{V}) = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho \vec{f}_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho \vec{f}_y \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \vec{V}) = \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho \vec{f}_z \quad (3)$$

El primer término corresponde a la derivada temporal del flujo; ρu ; u , v , w son las componentes del vector velocidad \vec{V} y ρ es la densidad del fluido. El segundo término representa la advección, el tercero el gradiente de presión p ; los tres siguientes corresponden a la difusión, con τ_{ij} el tensor de esfuerzo superficial y el último término a otras fuerzas presentes según la dirección, como, por ejemplo, la gravedad y la fuerza aparente de Coriolis. Este conjunto de ecuaciones, más conocidas como ecuaciones de Navier-Stokes, describen el movimiento de cualquier fluido newtoniano en un punto y un tiempo específico, en este caso el de la atmósfera. Estas ecuaciones describen el flujo sobre la esfera asumiendo que el movimiento vertical es mucho menor que el horizontal y que el espesor de la capa o fluido es pequeño en comparación con el radio de la esfera.

Conservación de la energía:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \right] + \nabla \cdot \left[\rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \vec{V} \right] = \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \\ \frac{\partial (u p)}{\partial x} - \frac{\partial (v p)}{\partial y} - \frac{\partial (w p)}{\partial z} + \frac{\partial (u \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u \tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u \tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial (v \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial (v \tau_{yy})}{\partial y} + \\ \frac{\partial (v \tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial (w \tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (w \tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial (w \tau_{zz})}{\partial z} + \rho \vec{f} \cdot \vec{V} \end{aligned} \quad (4)$$

Donde e es la energía interna por unidad de masa para el fluido y $\rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right)$ es la energía total por unidad de volumen. La forma de la ecuación es similar a la del momentum, aunque en este caso describe una cantidad escalar. La ecuación relaciona los gradientes de temperatura global con la existencia de fuentes o sumideros de energía \dot{q} .

Conservación de la masa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (5)$$

Es la ecuación de continuidad en representación de la conservación de la masa. Dependiendo del sistema de coordenadas verticales, las ecuaciones primitivas pueden variar su forma. Además las componentes de la velocidad, la temperatura y variables geopotenciales suelen expresarse como su valor promedio más una perturbación, siguiendo el método de descomposición de Reynolds (Pasini, 2009).

Los MSCT comprenden, además de las ecuaciones mencionadas, esquemas de parametrización de los procesos físicos que no pueden ser resueltos de manera explícita en la misma escala que se utiliza en los modelos, por ejemplo, que ocurren en la capa límite planetaria como radiación, turbulencia, y flujos de calor latente. Aunque estos procesos no están contemplados dentro del compendio de ecuaciones base, los esquemas de parametrización permiten incluirlos ya que se vuelven relevantes en escalas espacialmente por debajo de las decenas de kilómetros.

Los MSCT planteados en coordenadas rectangulares acuden a técnicas de elementos finitos. Por el contrario, los que usan coordenadas esféricas optan por técnicas espectrales que consisten en la proposición de un número finito de armónicos esféricos como solución de las ecuaciones. Los MSCT que se resuelven por métodos numéricos utilizan una malla de 4 dimensiones, tres espaciales y una temporal. Por otra parte, para resolver el conjunto de ecuaciones no lineales se requiere efectuar aproximaciones para simplificar la solución y evitar inestabilidades numéricas; la más común es considerar la atmósfera en equilibrio hidrostático, es decir, que las fuerzas del gradiente vertical de presión y la gravedad están en equilibrio y, por tanto, no hay aceleración vertical neta.

Los MSCT se pueden clasificar en modelos globales o de circulación general, modelos regionales y modelos de mesoescala. Los globales en general utilizan coordenadas esféricas y el número de modos esféricos considerados determina la resolución horizontal y vertical. Los regionales son MSCT que simulan las condiciones atmosféricas de zonas geográficas limitadas y requieren, por tanto, condiciones iniciales y de contorno bien definidas en las fronteras del dominio. Finalmente, los mesoescalares son aquellos de mayor resolución especializados en simular fenómenos de escala local como tormentas; suelen utilizar coordenadas rectangulares y como representan procesos que ocurren en escalas menores de 10 kilómetros no utilizan la aproximación hidrostática por carecer de validez en esas dimensiones.

Los MSCT más complejos son aquellos que acoplan varios modelos, donde cada uno representa una de las partes del sistema; por ejemplo, la atmósfera, el océano y la litosfera. Estos modelos son los más completos y con mayor requerimiento de máquina, razón por la cual son compilados en supercomputadores. Esto no significa que no sea posible hacer modelado y simulación del sistema climático terrestre en un computador estándar; por el contrario, cualquier investigador en esta área puede implementar modelos atmosféricos u oceánicos en su computador personal y analizar cuáles son las aproximaciones y esquemas de parametrización de los procesos físicos que mejor representarían el clima en su región de estudio. Los resultados obtenidos se convierten

así en insumos para la optimización de los modelos acoplados y globales. La ventaja actual es que muchos MSCT están disponibles en internet y, por ser de código abierto, la comunidad científica está llamada a hacer uso de estos modelos, mejorar su configuración y publicar sus resultados. A continuación se mencionan algunos de los modelos de acceso libre para realizar simulaciones del tiempo y el clima en nuestras latitudes.

1.2.2 Modelos atmosféricos

En la categoría de modelos atmosféricos se encuentran todos los modelos que representan procesos físicos que tienen lugar en la atmósfera. Pertenecen a este grupo desde los modelos de calidad del aire, hasta los exclusivamente climáticos. Algunos modelos atmosféricos globales que se han utilizado en Colombia para hacer estudios y pronóstico del clima son el Global Forecast System (GFS) desarrollado por la National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA), el ECHAM del Instituto Max Planck de Meteorología, el Community Climate Model (CCM3) del National Center of Atmospheric Research, entre otros. En cuanto a modelos atmosféricos regionales, se han implementado el Regional Atmospheric Modeling System (RAMS) desarrollado por la Universidad de Colorado, el Providing Regional Climates for Impacts Studies (PRECIS) de la Met Office Hadley Centre de Reino Unido y el Weather Research and Forecasting Model (WRF) del National Centers for Environmental Prediction. Este último es el modelo que utiliza el Instituto de Estudios Ambientales de Colombia (IDEAM) para realizar el pronóstico del estado del tiempo. En la figura 4 se presenta, por ejemplo, la predicción de lluvia para el 31 de octubre de 2014. Hasta el momento los resultados obtenidos son satisfactorios pero se requieren más estudios que conduzcan hacia una mejor parametrización de los procesos atmosféricos que ocurren en la región. El WRF es una opción viable para trabajar en el campo del modelado y la simulación del clima y el tiempo en Colombia, por esta razón se presentan a continuación las características principales del WRF.

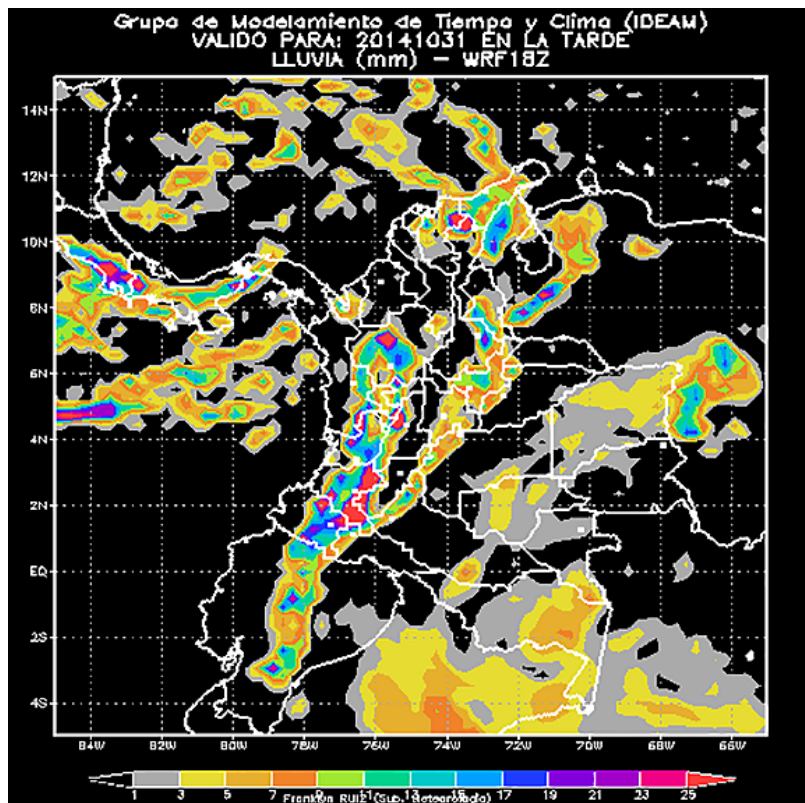


Figura 4. Pronóstico de lluvia para el 31 de octubre de 2014 realizado con el WRF. Los tonos indican la cantidad de lluvia en milímetros, en este caso la escala de color inicia en 1 mm (gris) hasta 25 mm (rojo).

Fuente: IDEAM. <http://bart.ideam.gov.co/wrfideam/wrf/semanal18/h07.html>.

Ejemplo: WRF

El WRF es un modelo de mesoescala cuyo objeto de estudio es la atmósfera, la cual se considera un fluido compresible no viscoso. Las variables meteorológicas de entrada que requiere WRF son las componentes de velocidad del viento, la temperatura, humedad relativa y la altura geopotencial en los niveles de presión: 1000, 850, 500, 400, 300, 250, 200, 150, y 100 mb. También necesita información sobre la topografía, humedad, temperatura y uso del suelo. Puede incluir opcionalmente la temperatura superficial del mar, el espesor de la nieve, las categorías

de uso del suelo, entre muchas otras variables, pero esto depende de la disponibilidad de los datos y el propósito de la simulación.

Las condiciones iniciales y de frontera son tomadas del Climate Forecast System Reanalysis 2 con una resolución espacial horizontal de $0,5^\circ$ en 38 niveles de resolución vertical y una separación espacial de 6 horas por archivo de entrada. Los datos de uso del suelo son adquiridos de las imágenes de los satélites Terra y Aqua, que usan el sensor MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer), o pueden ser datos medidos específicamente para el territorio nacional por las autoridades ambientales correspondientes.

Las principales variables de salida son las componentes del viento, la velocidad vertical, la perturbación en la temperatura potencial, la perturbación en el geopotencial y la perturbación en la presión de aire seco en superficie. Aunque son más de 90 variables las que pueden estimarse con el WRF.

WRF usa las ecuaciones de Euler que se obtienen al despreciar los términos disipativos en las ecuaciones de Navier-Stokes. Puede emplearse con la aproximación hidrostática o la no hidrostática. Las ecuaciones son planteadas en coordenadas verticales de presión, las cuales tienen la ventaja de seguir la forma del terreno. El método numérico que utiliza WRF para solucionar el conjunto de ecuaciones es el de Runge-Kutta de segundo y tercer orden. El tipo de grilla que usa se denomina Arakawa C y usa pasos de tiempo cortos, de modo que puedan resolverse las ondas de gravedad y ondas acústicas (Wang, 2014).

Los esquemas de parametrización que contienen el WRF son la radiación de onda corta y larga, la formación de cúmulos, la difusión, la advección, la capa límite planetaria, y los procesos de formación de hielo y nieve. El esquema usual para representar la radiación de onda larga se denomina modelo de transferencia rápida radiativa (RRTM por sus siglas en inglés). El RRTM de onda larga en condiciones de cielo despejado incluye los efectos radiativos del ozono (O_3), del dióxido de carbono (CO_2), del vapor de agua (H_2O), del freón (los CFC), del formaldehído (CCl_4), del metano (CH_4) y del óxido nitroso (N_2O). Además del RRTM hay más opciones como el Eta Geophysical Fluid Dynamics Laboratory Longwave (GFDL) o el CAM Longwave. En cuanto

a la radiación de onda corta, el esquema usual es el de Duhia que tiene en cuenta la presencia de nubes y la absorción en aire claro, y existen también otras opciones como el Goddard Shortwave o el Eta (Wang, 2014). Para la capa superficial el más utilizado es el esquema de Moin-Obukhov, que está basado en la teoría de la similaridad. Para la capa límite planetaria se ha utilizado el esquema Yonsei-University. Por último, para la formación de nubes se ha evaluado el esquema de Kain-Fritsch, el cual genera convección profunda o somera en función de la cantidad de energía potencial convectiva disponible.

El WRF es uno de los modelos atmosféricos más utilizados en Colombia por diferentes instituciones, pero aún son pocos los trabajos publicados sobre los resultados logrados hasta ahora. Es oportuno, por tanto, incrementar las investigaciones en el ámbito del modelado y la simulación del tiempo y el clima con su correspondiente difusión. Una situación similar ocurre con los modelos oceánicos. En la siguiente sección se muestran las características principales de este tipo de modelos y se mencionan los que han sido explorados para el caso colombiano.

1.2.3 Modelos oceánicos

Los modelos oceánicos (MO) describen la dinámica y termodinámica del océano y facilitan el estudio de la circulación y problemas costeros. Los MO simulan las condiciones de temperatura, corrientes y salinidad a lo largo de áreas costeras como mares semicerrados, puertos, bahías y estuarios (Miller, 1993; Griffies, 2003). En el área ambiental se utilizan, por ejemplo, para modelar la trayectoria de los derrames de contaminantes y así predecir la calidad del agua o la afectación sobre especies marinas.

Los MO hacen parte de los MSCT; por tanto, también se basan en la conservación del momentum, energía y masa expresados por las ecuaciones primitivas escritas previamente, e incluyen una ecuación para el cambio de la salinidad con el tiempo y otra para calcular la densidad del agua a partir de la temperatura y la salinidad (Sarkisyan, 2009). Los MO utilizan aproximaciones al flujo turbulento que en principio no presenta más dificultades que las asociadas a los problemas no

newtonianos, pero al no existir expresiones explícitas generales para determinar los coeficientes de viscosidad turbulenta, estimar dichos valores es uno de los problemas por resolver cuando se está formulando o implementando un MO.

Plantear un modelo de circulación de los océanos requiere una comprensión de los procesos físicos de los océanos; sin embargo, la principal limitante para estudiar el océano ha sido la recolección de información en campo. Históricamente ha sido más difícil tomar datos en el océano que en la atmósfera, no solo por las limitaciones de los instrumentos a grandes profundidades, sino también por los costos operacionales de los buques oceanográficos; en consecuencia, los MO han evolucionado más lentamente que los modelos atmosféricos (Miller, 1993). Hoy día es un campo en pleno desarrollo gracias al uso de imágenes satelitales y mejores equipos de medición que proporcionan la información para alimentar los modelos. Ahora el mayor desafío es mejorar los esquemas de parametrización que representan la vorticidad y la difusividad en el océano (Sarkisyan, 2009).

Los MO más completos permiten simular procesos de circulación y mezcla en ríos, estuarios, plataforma y talud continental, lagos y mares semicerrados y abiertos y el océano global. Un ejemplo de este tipo de MO es el Princeton Ocean Model (POM), que es un modelo de la circulación general del océano, utilizado para simular y predecir las corrientes oceánicas, la temperatura, salinidad y otras propiedades del agua. El código fue desarrollado originalmente en la Universidad de Princeton. El modelo incorpora el sistema de turbulencia Mellor-Yamada. Este sub-modelo de turbulencia es ampliamente utilizado por modelos oceánicos y atmosféricos. Hace décadas los modelos estaban dirigidos principalmente a simulaciones de gran escala de la circulación del océano, así que no había necesidad de un modelo numérico para manejar los procesos de alta resolución de la costa del océano. El modelo POM incluye características como la superficie libre para manejar las mareas, coordenadas sigma verticales para manejar las topografías complejas y las regiones poco profundas, una rejilla curvilínea para manejar mejor las costas, y un régimen de turbulencia para manejar la mezcla vertical. En la década de 1990 el uso de POM amplió las simulaciones a todo el

océano Atlántico para la investigación del clima. En el año 2000 se añaden otras características numéricas y mejoras de parametrización. Varios modelos oceánicos son descendientes directos de POM, como la versión comercial del POM para estuarios y zonas costeras del océano (ECOM). Actualizaciones recientes del POM incluyen un sistema de coordenadas y mejoras en la estimación de la turbulencia (Mellor, 2004).

El Max Planck Ocean Model (MPI-OM) es otro de los más completos, es el modelo desarrollado por el Instituto Max Planck de Meteorología para simular la circulación general del océano y es capaz de simular la circulación oceánica de pequeña escala. El modelo considera que el principal papel del océano en el sistema terrestre es el transporte de calor. Se basa en las ecuaciones de movimiento, teniendo en cuenta todos los términos: el del cambio local de la aceleración más los términos de advección, coriolis, el gradiente de presión, la gravedad, el régimen de mareas, y las fuerzas de fricción. Hace uso de las aproximaciones de Boussinesq para las ecuaciones de movimiento en la coordenada horizontal mas no en la vertical, y la aproximación hidrostática; sin embargo, para resolver procesos de pequeña escala como convección, el modelo debe estar en modo no hidrostático. MPI-OM diferencia subsistemas barotrópicos y baroclínicos, procesos de mezcla horizontal y vertical, y al igual que otros utiliza parametrización de Eddy, diferencias finitas para los diferentes cálculos y una grilla ortogonal curvilínea (Jungclaus, 2006).

En Colombia se ha trabajado en la implementación de modelos oceánicos tanto para el Océano Pacífico como para el Mar Caribe. El principal obstáculo ha sido la poca disponibilidad de datos oceanográficos; sin embargo, cada día se cuenta con mayor información tanto *in situ* como obtenida de boyas y programas internacionales para el apoyo a la investigación del océano. Uno de los modelos explorados en Colombia es el Regional Ocean Modeling System (ROMS), que es un modelo oceánico regional de superficie libre, hidrostático, que utiliza también las ecuaciones de los principios de conservación de masa, momentum y energía. ROMS se acopla a un modelo de oleaje y a un modelo atmosférico, y puede compilarse en modo barotrópico o baroclínico. Las variables de entrada de ROMS son, como mínimo,

los perfiles verticales de temperatura y salinidad, y viento zonal y meridional en la superficie. Las coordenadas horizontales son ortogonales curvilíneas y las verticales siguen la forma del terreno. El tipo de grilla al igual que el WRF es la llamada Arakawa C. Contiene varios esquemas de parametrización para la advección y los procesos de mezcla. Las salidas del modelo son las componentes de la advección, la viscosidad y la aceleración del fluido (Shchepetkin, 2005).

Además del modelo regional ROMS, se ha trabajado un MO para estudiar la estructura vertical de las aguas del territorio marítimo colombiano en la región conocida como Panama Bight (PB) (Villegas, 2006; 2008). El área de estudio donde se implementó el modelo comprende entre los meridianos $-77^{\circ}40'$ W y -84° W y los paralelos $1^{\circ}30'$ N y $7^{\circ} 10'$ N. Este MO es un modelo termodinámico tridimensional (MTT) que simula las variables fundamentales para la visualización de las características dinámicas y termohalinas del agua; está basado en las ecuaciones completas de movimiento de un líquido viscoso no compresible en coordenadas esféricas en la aproximación de Boussinesq e hidrostática, en las ecuaciones de transporte de calor y sal y en la ecuación internacional de estado del agua del mar. Las siguientes son las ecuaciones utilizadas en el MTT:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{g}{R \text{sen}\theta} \frac{\partial \xi}{\partial \lambda} - \frac{g}{\rho_o R \text{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \int_{-z}^{\circ} \rho dz + l v + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial u}{\partial z} + \mu \Delta u \quad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{g}{R} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} - \frac{g}{\rho_o R} \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{-z}^{\circ} \rho dz - l u + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial v}{\partial z} + \mu \Delta v \quad (7)$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \text{sen}\theta}{\partial \theta} \right] \frac{1}{R \text{sen}\theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial(T,S)}{\partial t} + \frac{1}{R \text{sen}\theta} \left[\frac{\partial u(T,S)}{\partial \lambda} + \frac{\partial v(T,S) \text{sen}\theta}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial w(T,S)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} v_{r,s} \frac{\partial(T,S)}{\partial z} + \mu_{r,s} \Delta(T,S) \quad (9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g ; \rho = f(T, S, P) \quad (10)$$

Donde: λ es la longitud; θ es la latitud; z es la coordenada vertical dirigida hacia arriba con inicio en la superficie del océano; t es el tiempo; ζ es la superficie libre; u, v, w son las componentes de velocidad proyectadas en los ejes λ, θ, z respectivamente; g es la aceleración de la gravedad; R es el radio del planeta Tierra; T, S, ρ, P son la temperatura, salinidad, densidad y presión del mar, respectivamente; $l=2\Omega\cos\theta$ es el parámetro de Coriolis; Ω es la velocidad angular de la rotación terrestre; $\Delta u = \frac{1}{R^2 \text{sen}\theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\text{sen}\theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\text{sen}\theta} \frac{\partial^2 u}{\partial \lambda^2} \right]$ es para u el operador Laplace; v, μ son los coeficientes vertical y horizontal de turbulencia, respectivamente. El modelo necesita como entrada información meteorológica correspondiente a los campos de presión, temperatura superficial del mar y salinidad, los cuales se obtienen de bases de datos atmosféricos globales para un período de 30 años.

Asociado al MTT está el modelo de diagnóstico que se basa en la ecuación de continuidad transcrita en coordenadas esféricas, la cual es integrada verticalmente y después solucionada teniendo en cuenta las condiciones de frontera cinemática y superficie libre mediante diferencias finitas. Una de las aplicaciones que han tenido estos dos modelos en conjunto ha sido el cálculo de la velocidad vertical de surgencia V_z en la región del Panama Bight. V_z es estimada como la suma de los términos asociados a los tres principales factores que influyen en la circulación vertical, un componente de gradiente, uno baroclínico y otro eólico:

$$\begin{aligned} \frac{dV_z}{dz} = & -\frac{\Delta p}{2f\rho\alpha''R^2} + \frac{\text{sen}\theta}{2f\rho\alpha R^2 \cos\theta} \left(-\frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{\text{sen}\theta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \\ & \frac{gz}{fR^2 \cos\theta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} - \frac{z}{f\rho R^2 \omega \cos\theta} \int (Z - \mathcal{E}) \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (11)$$

donde p es la presión, f el parámetro de Coriolis, R es radio de la Tierra, ρ la densidad media del mar, α'' y α los parámetros de Ekman en el océano y la atmósfera, respectivamente, θ la latitud, φ la longitud, z la coordenada vertical, ε la profundidad a integrar y ϑ la superficie libre.

Con los datos de la simulación se calcula el promedio mensual multianual de V_z a diferentes profundidades. En la figura 5 se observa, por ejemplo, la velocidad V_z para la capa de 0-10 m durante el mes de febrero (izquierda). Los resultados de la simulación han permitido realizar análisis de correlación con el campo de vientos y la concentración de clorofila mostrados también en la figura 5 en el centro y a la derecha, respectivamente (Díaz y Villegas, 2009; Díaz, 2011).

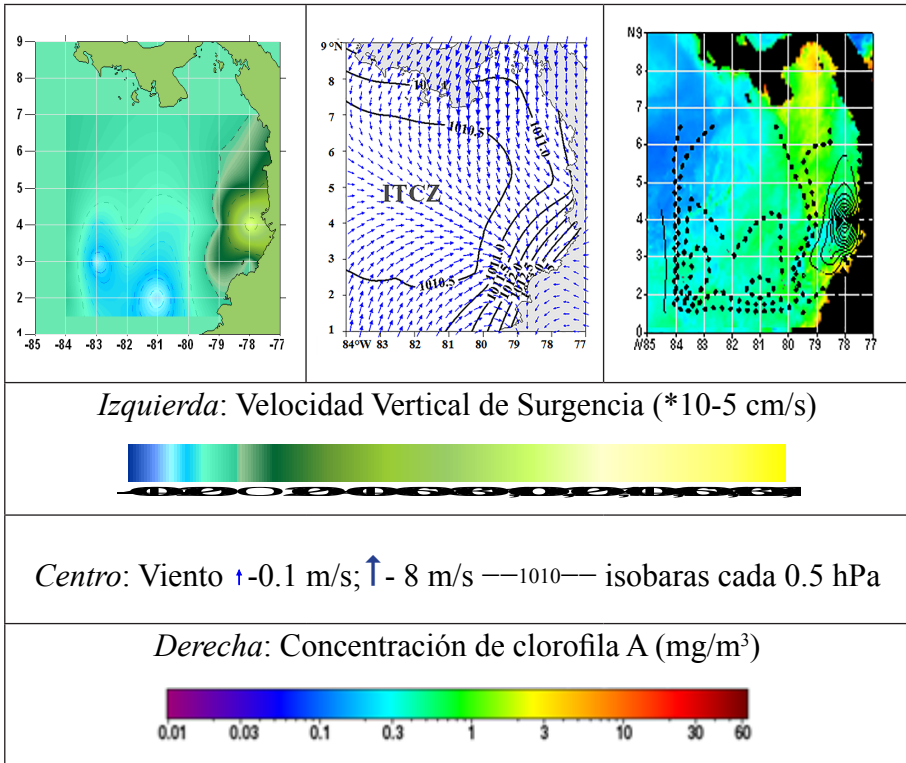


Figura 5. *Izquierda:* Velocidad Vertical de Surgencia. *Centro:* isobaras cada 0.5 hPa. *Derecha:* Concentración de clorofila A.

Fuente: Díaz y Villegas (2009).

La formulación e implementación de estos modelos han aportado un conocimiento sobre el comportamiento de la cuenca del Pacífico colombiano adicional al que antes solo podían aportar los datos de los cruceros oceanográficos de la Armada Nacional. Con este ejemplo concluye esta sección en la que se mencionaron ejemplos de modelos y simulaciones relacionados con el sistema climático terrestre que tienen en común el hecho de estar basados en los principios de conservación del momentum, la energía y la masa. A continuación se esboza otro tipo de modelado utilizado en climatología. A diferencia de los anteriores, los modelos se basan en técnicas estadísticas para intentar predecir el estado del sistema en un tiempo futuro.

1.2.4 Modelado de microclima

Un microclima es un área atmosférica local caracterizada porque su clima difiere de la zona que lo rodea. El término se utiliza para denominar el clima de áreas desde varios kilómetros hasta unos pocos metros cuadrados; ejemplos típicos de modelo de microclima son los realizados para las islas de calor en las grandes ciudades, los utilizados para analizar el confort climático de una vivienda o los empleados para hacer control climático en un invernadero (Littlefair, 2000; Brown, 2010; Jones, 2014).

En los modelos del microclima (MM) los objetos de estudio pueden ser sistemas abiertos que intercambian masa, momentum y energía con el medio que les rodea, como es el caso de un invernadero con ventilación natural o forzada, o por el contrario, sistemas cerrados que solo intercambian energía con su entorno a través de las paredes que lo separan del medio exterior, como en el caso de las viviendas. Los MM al igual que los modelos atmosféricos y oceánicos se basan en los procesos naturales de intercambio de masa y energía. A continuación se muestran las entradas, parámetros y flujos usuales que se consideran en un modelo de microclima. La diferencia entre uno u otro modelo radica en la cantidad de elementos que lo conforman y los flujos de masa y energía considerados en las ecuaciones de balance. El siguiente es un ejemplo en donde el objeto de estudio es un invernadero.

Ejemplo modelo del microclima en un invernadero

Para empezar el planteamiento se identifican los elementos que conforman el sistema físico a modelar. En el caso de un invernadero como el que se presenta en la figura 6 los elementos básicos son: el suelo (s), el follaje (fo), el aire interior (ai) el aire superior (as), y la cubierta externa (ce) y cubierta interna (ci) (Bot, 1983). En casos más completos se deberá incluir también los dispositivos de calefacción, pantallas térmicas (pt), refrigeradores, ventiladores y nebulizadores, entre otros.

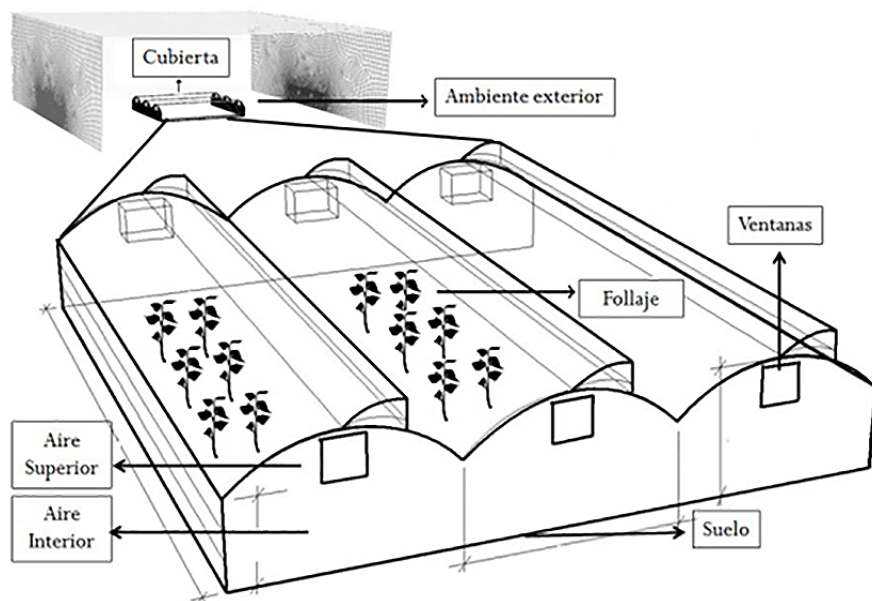


Figura 6. Elementos básicos en un invernadero para la producción de cultivos.

Fuente: Díaz (2016).

Las principales variables de estado que se simulan con un modelo de microclima son la temperatura de los elementos considerados, la concentración de CO_2 y la presión de vapor del aire en el interior del sistema. Las condiciones de entrada mínimas que se requieren son las variables que describen el estado del entorno, como son la radiación solar, la temperatura del aire exterior, la presión de vapor del aire exterior,

la velocidad del viento, la temperatura del suelo exterior y la concentración de CO_2 , además del cultivo también se necesita el valor del índice de área foliar (Vanthoor *et al.*, 2011).

En la figura 7 se ilustran los flujos de calor sensible (S), latente (L), radiación (R), vapor de agua (MV) y de CO_2 (MC) presentes en un invernadero básico. Los subíndices identifican los elementos entre los cuales ocurre la transferencia, el término *ex* hace referencia al aire externo y *cin*, *cex* a las caras interna y externa de la cubierta. Los recuadros R solar y R cielo son la radiación solar directa y difusa que incide sobre el invernadero.

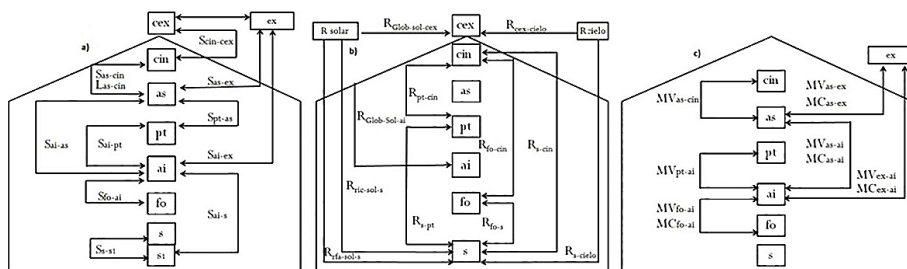


Figura 7. Flujos de calor sensible (S), latente (L), radiación infrarroja (R_{ric}), radiación fotosintéticamente activa (R_{rfa}), vapor de agua (MV) y de CO_2 (MC) presentes en un invernadero.

Fuente: Díaz (2016).

Los flujos de calor sensible, latente y de radiación infrarroja representan procesos de transferencia de energía entre los elementos del invernadero; por su parte, los intercambios de vapor de agua y CO_2 corresponden a los procesos de transferencia de masa. Los subíndices identifican los elementos entre los cuales ocurre la transferencia y los recuadros R solar y R cielo son la radiación solar directa y difusa que incide sobre el invernadero. Los flujos se estiman en función de las variables de estado con las siguientes expresiones matemáticas de la tabla 1.

Tabla 1. Flujos relacionados en un modelo del microclima de un invernadero.

Flujos	Expresión para estimarlo
Calor sensible por convección y conducción -H-	$S_{ij} = CIC_{ij}(T_i - T_j)$
Calor latente -L-	$L_{ij} = \Delta H MV_{ij}$
Vapor de H ₂ O -MV-	$MV_{ij} = 6.4 * CIC_{ij}(VP_i - VP_j)$
Energía por radiación infrarroja -FIR-	$FIR_{ij} = A_{ij} \epsilon_i \epsilon_j F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$

Los términos CIC_{ij} son los coeficientes de intercambio de calor entre el objeto i y el j , ΔH es el calor de evaporación, A_{ij} es la superficie del objeto por metro cuadrado de suelo bajo el invernadero, i y j son los coeficientes de emisión infrarroja, y FIR_{ij} es el área efectiva o factor de visión entre i y j . La deducción y la metodología detallada para calcular los CIC_{ij} puede consultarse en Bot (1983), Stanghellini (1987), van Henten (1994), Zwart (1996) y Vanthoor (2011); el procedimiento tiene en cuenta las propiedades físicas del suelo, la estructura, el cultivo, las propiedades ópticas de la cubierta y la cantidad de mecanismos adicionales que contenga el invernadero. Con la estimación de los flujos se plantean luego las ecuaciones de balance para describir la dinámica de las variables de estado. Para ello se utilizan las expresiones:

$$cap_i \frac{dT_i}{dt} = \sum Q_{ij} \tag{12}$$

$$cap_{VP_i} \frac{dVP_i}{dt} = \sum MV_{ij} \tag{13}$$

$$cap_{MC_i} \frac{dCO_i}{dt} = \sum MC_{ij} \tag{14}$$

Donde cap_i es la capacidad calorífica del elemento i , Q representa todos los flujos de energía entre el elemento i y su entorno, cap_{VP_i} y cap_{MC_i} son las capacidades del aire de almacenar vapor de agua y CO_2 y MV_{ij} y MC_{ij} los flujos respectivos de cada gas. En la figura 8 se presentan los resultados parciales alcanzados en la simulación de la temperatura en el interior de un invernadero localizado en la Sabana de Bogotá y su comparación con datos medidos.

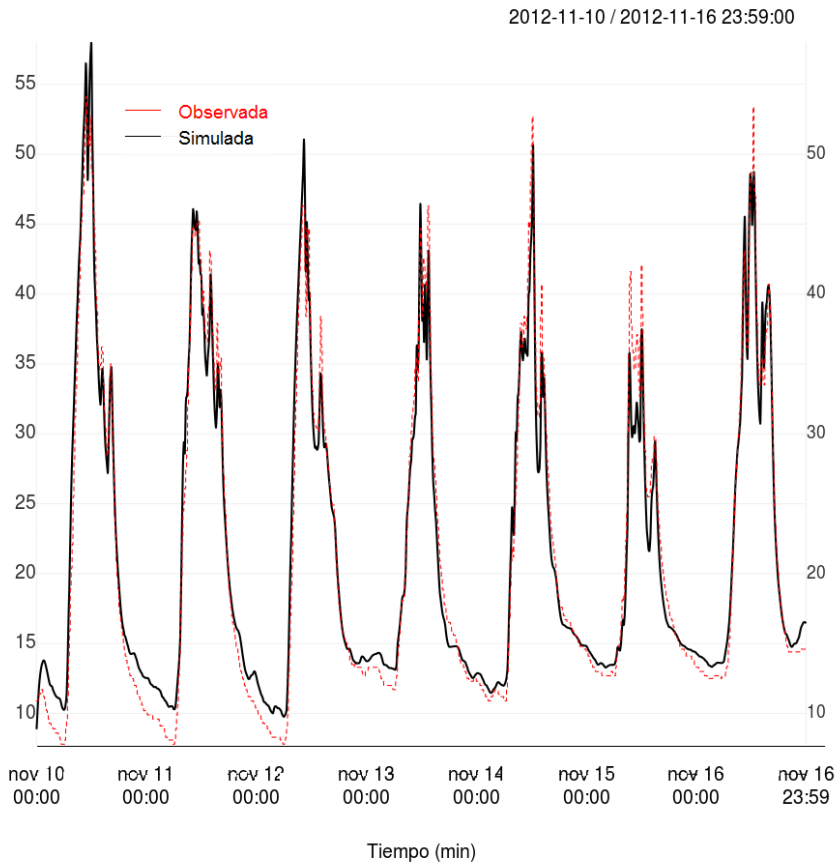


Figura 8. Comparación de la temperatura del aire simulada con la real.

Fuente: Díaz (2016).

Los modelos de microclima son una herramienta que facilita el proceso de control de temperatura y humedad en forma automática en el caso de los invernaderos, pero también de otros entornos como el confort climático de una oficina.

1.2.5 Modelado y predicción climática con técnicas estadísticas

En meteorología y climatología los métodos estadísticos se emplean principalmente para la exploración de datos; sin embargo, hay técnicas estadísticas que ayudan también a crear modelos lineales de pronóstico que se basan en el análisis de la variabilidad y tendencias de las series de tiempo de las variables de estado del sistema (Katz, 2003). El siguiente es un ejemplo de una de estas técnicas.

Ejemplo: Correlación canónica

El análisis de correlación canónica es una técnica estadística que se utiliza principalmente para el estudio de la relación entre grupos de variables (Díaz *et al.*, 2009). En meteorología y climatología se usa también para plantear modelos lineales de predicción de la variabilidad meteorológica de superficie en función de oscilaciones climáticas de gran escala como El Niño Oscilación Sur (ENSO), la Oscilación del Atlántico Norte (NAO), o la Oscilación Cuasibienal (QBO) (Fonseca *et al.*, 2012; Giuntoli *et al.*, 2013).

El Análisis de Correlación Canónica (ACC) es un método multivariado lineal utilizado para comparar dos conjuntos de datos, uno independiente X y otro dependiente Y, compuestos de un número p de variables x_i y q variables y_j . En el ACC se crean combinaciones lineales x^* y y^* con al menos dos de las variables de cada conjunto; estas combinaciones se denominan variables canónicas (VC):

$$x^* = X\alpha = \sum_{i=1}^p \alpha_i x_i \quad y^* = Y\beta = \sum_{j=1}^q \beta_j y_j \quad (15)$$

Las VC cumplen tres condiciones: primero los vectores α y β deben maximizar la correlación entre x^* e y^* ($Corr[x_M^* y_M^*] \geq 0$), además cada VC debe tener varianza 1 ($Var[x^*] = Var[y^*] = 1$) y tercero, no estar correlacionada con otras VC, esto es:

$$Corr[x_k^* y_M^*] = \begin{cases} r_c, k = M \\ 0, k \neq M \end{cases} \quad (16)$$

Donde r_c es la correlación canónica. El procedimiento habitual para explicar el conjunto de variables dependientes Y mediante las independientes X es construir un indicador de las variables dependientes y relacionarlo con las independientes mediante una regresión múltiple. Este procedimiento es razonable cuando existe solo una dimensión en la relación, pero puede ser engañoso si existen varias. El ACC en cambio permite determinar cuántas dimensiones relevantes tiene la relación entre ambos conjuntos de variables (Hair, 1998; Wilks, 2006).

El cálculo de las VC se hace a partir de las matrices de varianza y covarianza $[S_c]$ de las variables iniciales X y Y:

$$[S_c] = \begin{bmatrix} [S_{XX}] & [S_{XY}] \\ [S_{YX}] & [S_{YY}] \end{bmatrix} \quad (17)$$

$(p \times p)$ $(p \times q)$
 $(q \times p)$ $(q \times q)$

$[S_{xx}]$ y $[S_{yy}]$ son las matrices de varianza y covarianza de las p variables en X y las q variables en Y, $[S_{xy}]$ $[S_{yx}]$ son las matrices de covarianza entre los elementos de X y los de Y. Las correlaciones canónicas r_c entre las diferentes VC que se determinen están dadas por la raíz cuadrada de los valores propios diferentes de cero de las matrices:

$$[M_x] = [S_{xx}]^{-1} [S_{xy}] [S_{yy}] [S_{yx}] \quad (18)$$

$$[M_y] = [S_{yy}]^{-1} [S_{yx}] [S_{xx}] [S_{xy}] \quad (19)$$

y los vectores canónicos α y β serán los respectivos vectores propios de las matrices que satisfacen:

$$\begin{aligned} [M_x]\alpha &= r_c^2 \alpha \\ [M_y]\beta &= r_c^2 \beta \end{aligned} \quad (20)$$

Los valores de α y β son importantes en el análisis porque a partir de ellos se revela cuáles variables tienen la mayor fuerza explicativa dentro de la correlación y son importantes cuando se está construyendo un modelo predictivo. Además de α y β en el ACC se calculan también las cargas canónicas y las cargas canónicas cruzadas. Las cargas canónicas dependientes (independientes) son las correlaciones lineales entre cada una de las variables dependientes (independientes) observadas x_i (y_i) y la nueva VC x^* (y^*), y permiten conocer la contribución de cada variable a su respectiva VC. Las cargas canónicas cruzadas independientes (dependientes) son las correlaciones lineales entre cada una de las variables independientes (dependientes) observadas y_i (x_i) y la nueva VC x^* (y^*), y proveen una información más significativa de la relación entre los conjuntos de variables originales.

Finalmente, en el ACC se examina el coeficiente de redundancia que permite establecer el porcentaje de varianza explicada en el conjunto de variables dependientes por parte del conjunto de variables independientes. Además de establecerse el nivel de asociación entre las variables, las variables canónicas calculadas se constituyen también como un modelo lineal para pronosticar el comportamiento de variables dependientes como la precipitación o la temperatura en función de las independientes, como los índices macroclimáticos. Este enfoque se ha utilizado, por ejemplo, para predecir el Monzón de Verano de India (Singh, 2009), los niveles de precipitación en Suramérica (Fonseca *et al.*, 2012) y Francia (Giuntoli *et al.*, 2013).

Este tipo de técnicas se han utilizado en Colombia para relacionar variables oceánicas con variables atmosféricas (Díaz *et al.*, 2009) y también para explorar la dependencia entre la variabilidad meteorológica de superficie y oscilaciones climáticas de gran escala. En la

figura 9 se presentan los resultados de un ACC entre la precipitación y la temperatura máxima de tres municipios colombianos para el trimestre diciembre-febrero (DEF) con índices climáticos como la NAO y el ONI asociados con la oscilación del Atlántico norte y el fenómeno de El Niño, respectivamente (Poveda, 2002; 2011). El propósito de estos trabajos ha sido, además de encontrar el grado de relación entre las variables involucradas, evaluar la posibilidad de plantear modelos lineales que permitan predecir el comportamiento de variables meteorológicas a partir de su posible dependencia con variables oceánicas y fenómenos macroclimáticos.

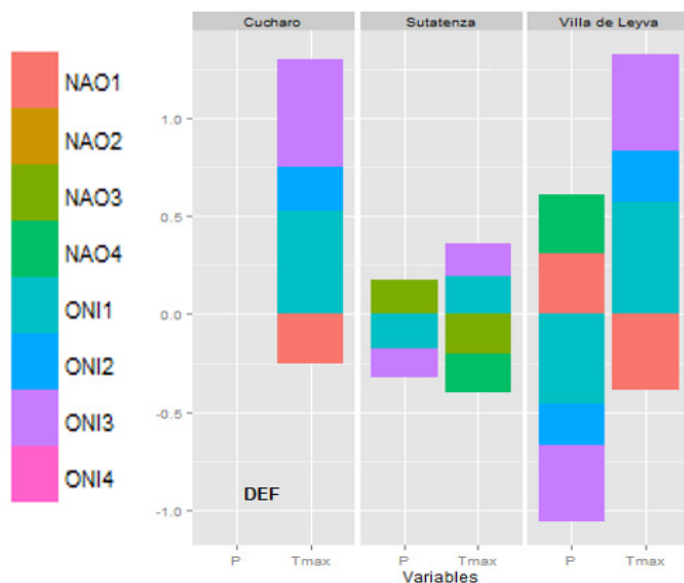


Figura 9. Cargas canónicas entre la precipitación y temperatura máxima de tres municipios colombianos en el trimestre DEF y los índices macroclimáticos ONI y NAO de los 4 trimestres DEF, MAM, JJA y SON.

Fuente: El autor.

Referencias bibliográficas

- Bot, G. (1983). Greenhouse Climate: from physical processes to a dynamic model, PhD Thesis, Wageningen Agr. Univ.
- Brown, R. (2010). *Design With Microclimate: The Secret to Comfortable Outdoor Space*. Island Press.
- Díaz, D., Villegas, N. y Malikov, I. (2009). Características de las zonas de surgencia de la Cuenca del Pacífico Colombiano y su relación con la Zona de Convergencia Intertropical. *Boletín Científico CIOH* 26(1): 59-71.
- Díaz, D. (2016). *Modelado y simulación del microclima en un invernadero para el estudio de métodos de calefacción pasivos adaptables a las zonas climáticas de Colombia*. Tesis de doctorado en Geociencias. Universidad Nacional de Colombia.
- Díaz, D. y Villegas, N. (2009). Valores mínimos de radiación de onda larga asociados a la posición de la Zona de Convergencia Intertropical y su relación con focos de surgencia en la Cuenca del Pacífico colombiano. *Revista Meteorología Colombiana* 13: 25-29.
- Díaz, D., Villegas, N y Málikov, I. (2011). Análisis de la convergencia y la divergencia de Ekman en el Pacífico colombiano. *Revista Colombiana de Física* 43(3): 653-658.
- Fonseca, I. y Cavalcanti, A. (2012). Large scale and synoptic features associated with extreme precipitation over South America: A review and case studies for the first decade of the 21st century. *Atmospheric Research* 118: 27-40.
- Giuntoli, I., Renard, B., Vidal, J.P. y Bard, A. (2013). Low flows in France and their relationship to large-scale climate indices. *Journal of Hydrology* 482: 105-118.
- Griffies, S. M. (2003). *Fundamentals of ocean climate Models*. Princeton University Press.
- Hair, J.F., Anderson, R.E., Tatham, R.L. y Black, W.C. (1998). *Multivariate Data Analysis*. 5th. New York: Prentice Hall International.
- IPCC (2001). *Climate Change 2001: The Scientific Basis*. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. New York: Cambridge University Press.

- Jones, H.G. (2014). *Plants and Microclimate: A Quantitative Approach to Environmental Plant Physiology*. New York: Cambridge University Press.
- Jungclaus, J. H., Keenlyside, N., Botzet, M., Haak, H., Luo, J.-J., Latif, M., Marotzke, J., Mikolajewicz, U. Roeckner, E. (2006). Ocean Circulation and Tropical Variability in the Coupled Model ECHAM5/MPI-OM. *J. Climate* 19(16): 3952-3972, doi: <http://dx.doi.org/10.1175/JCLI3827.1>
- Katz, R.W., Parlange, M.B. y Tebaldi, C. (2003). Stochastic modelling of the effects of large-scale circulation on daily weather in the southeastern US. *Clim. Change* 60(1-2): 189-216.
- Lawrence, W. (1998). *Physically-Based Modelling and Simulation of Climate and Climatic Change: Part 1*. Springer Science & Business Media. Netherlands.
- Littlefair, P.J. (2000). *Environmental Site Layout Planning: Solar Access, Microclimate and Passive Cooling in Urban Areas*. IHS – BRE Press Vietnam.
- Mellor, G. L. (1998). Three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model. User's Guide. Disponible en: <http://www.aos.princeton.edu/WWWPUBLIC/htdocs.pom>.
- Miller, M. J. (1993). *Modelling Oceanic Climate Interactions*. Springer Science & Business Media. Netherlands.
- McGuffie, K. y Henderson-Sellers, A. (2005). *A Climate Modelling Primer*. John Wiley & Sons.
- OMM (2011). *Guide to Climatological Practices*. Geneva: World Meteorological Organization.
- Pasini, A. (2005). *From Observations to Simulations: A Conceptual Introduction to Weather and Climate Modelling*. World Scientific.
- Poveda, G., Vélez, J., Mesa, O., Hoyos, C., Salazar, L., Mejía, J., Barco O. y Correa, P. (2002). Influencia de fenómenos macroclimáticos sobre el ciclo anual de la hidrología colombiana: cuantificación lineal, no lineal y percentiles probabilísticos. *Meteorol. Colombia* 6: 121-130.
- Poveda, G., Álvarez, D.M. y Rueda, O.A. (2011). Hydro-climatic variability over the Andes of Colombia associated with ENSO: A review of climatic processes and their impact on one of the Earth's most important biodiversity hotspots. *Climate Dynamics*, 36(11-12): 2233-2249.

- Sarkisyan, A.S. y Sündermann, J. (2009). *Modelling Ocean Climate Variability*. Springer Science & Business Media.
- Shchepetkin, A. F. y McWilliams, J. C. (2005). The regional oceanic modeling system (ROMS): a split-explicit, free-surface, topography-following-coordinate oceanic model. *Ocean Modelling* 9(4): 347-404.
- Singh, A., Acharya, N., Mohanty, U. C. y Mishra, G. (2009). Performance of Multi Model Canonical Correlation Analysis (MMCCA) for prediction of Indian summer monsoon rainfall using GCMs output. *Comptes Rendus Geoscience*. 345(2): 62-72.
- Stocker, T. (2011). *Introduction to climate modeling*. Springer Science & Business Media
- Vanthoor, B.H.E., Stanghellini, C., van Henten, E.J. y de Visser, P.H.B. (2011a). A methodology for model-based greenhouse design: Part 1, greenhouse climate model for a broad range of designs and climates. *Biosystems Engineering*, 110(4): 363-377.
- Villegas, N. y Málikov. I. (2006). Modelación de la estructura dinámica de las aguas de la Cuenca del Pacífico Colombiano. *Boletín Científico CCCP* 13: 97-114.
- Villegas, N. y Málikov (2008). Software aplicativo para el cálculo de corrientes verticales de la Cuenca del Pacífico Colombiano: Estructura Vertical de las Aguas EVA V.2. Universidad Nacional de Colombia y Colciencias, N.º 118, 2007. Certificado de Registro de Soporte Lógico de la Dirección Nacional de Derecho de Autor, Libro 13, Tomo 20, Partida 210.
- Wang, W., Bruyère, C., Duda, M., Dudhia, J., Gill, D., Kavulich, M., Keene, K., Lin, H-C., Michalakes, J., Rizvi S.; Zhang, X.; Berner, J. y Smith, K. (2014). *ARW Version 3 Modeling System User's Guide*.
- Wilks, D.S. (2006). *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences* 100, Academic Press.
- WMO. (2008). *Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation* (WMO-no. 8). World Meteorological Organisation: Geneva, Switzerland.



Este libro se terminó de editar
en la Editorial UTADAO
en el mes de marzo de 2017

El Modelado y Simulación (M&S) es una disciplina científica transversal que permite obtener un nivel de comprensión difícilmente alcanzable utilizando otro enfoque disciplinar. Al integrar técnicas matemáticas, formales, conceptuales y computacionales, el M&S permite el estudio e investigación en casi cualquier campo del conocimiento.

Este libro compendia algunos trabajos y resultados de investigación especialmente orientados hacia el estudio de sistemas naturales.

En el primer capítulo se describe el proceso para modelar sistemas climáticos y se refieren las características de algunos modelos atmosféricos, oceánicos y de microclima. En el segundo capítulo se integran la geoestadística y el modelado de cultivos para realizar una simulación que cuantifica el efecto de la variación espacial de la temperatura dentro de invernaderos en el crecimiento de cultivos de tomate. En el siguiente capítulo, el tercero, se desarrolla un modelo de simulación del tomate cultivado bajo condiciones de invernadero, y calibrado para las condiciones de climatización en la Sabana de Bogotá. En el cuarto, se utilizaron técnicas de modelado matemático con el fin de determinar cuáles de las variables morfométricas, tróficas y reproductivas propias de *O. niloticus* (Tilapia) -especie alóctona- son las que mayor peso tienen en el comportamiento de la especie, su establecimiento poblacional en la cuenca del río Sinú y las consecuencias biológicas de éste. El quinto capítulo introduce la teoría de los procesos estocásticos e ilustra su aplicación a problemas de dinámica de poblaciones. En el sexto capítulo se presentan modelos que establecen relaciones cuantitativas entre parámetros a escala nanoscópica y escala mesoscópica mediante el uso de elementos discretos individuales. Estos modelos han sido utilizados en campos tan diversos como los medios granulares, el fluido de los líquidos complejos, y la aparición y propagación de fracturas. Finalmente, en el último capítulo, se contrastan dos modelos de la Mecánica Cuántica: el modelo estándar-Copenhague y el modelo de Bohm. Allí se argumenta que el modelo de Bohm es aquel que permite una ontología más adecuada de los fenómenos cuánticos no relativistas.