

Una aproximación a la construcción de

Í T E M S

para pruebas en matemáticas

Sandra Patricia Barragán Moreno
Daniel Bogoya Maldonado
Manuel Ricardo Contenido Rubio
Adelina Ocaña Gómez



UTADEO

UNIVERSIDAD DE BOGOTÁ JORGE TADEO LOZANO

Una aproximación a la construcción de

Í T E M S

para pruebas en matemáticas

Sandra Patricia Barragán Moreno

Daniel Bogoya Maldonado

Manuel Ricardo Contento Rubio

Adelina Ocaña Gómez



UTADEO

UNIVERSIDAD DE BOGOTÁ JORGE TADEO LOZANO

Departamento de Ciencias Básicas

Una aproximación a la construcción de ítems para pruebas en matemáticas /
Sandra Patricia Barragán Moreno ... [et al.]. – Bogotá : UTadeo. Departa-
mento de Ciencias Básicas, 2014.
34 p.

ISBN 978-958-725-147-0

1. MATEMÁTICAS. 2. MEDICIONES Y PRUEBAS EDUCATIVAS EN MATEMÁTICAS. I. Barragán Moreno, Sandra Patricia.

CDD510.76"A654"

Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano
Carrera 4 N° 22-61 - pbx: 242 7030 - www.utadeo.edu.co

Una aproximación a la construcción de ítems para pruebas en matemáticas

ISBN 978-958-725-147-0

Primera edición: 2014

Rectora: CECILIA MARÍA VÉLEZ WHITE

Vicerrectora Académica: MARGARITA MARÍA PEÑA BORRERO

Director de Investigación, Creación y Extensión: LEONARDO PINEDA SERNA

Director Departamento de Ciencias Básicas: FAVIO CALA VITERY

Editor en jefe: JAIME MELO CASTIBLANCO

Coordinación editorial y revisión de textos: HENRY COLMENARES MELGAREJO

Diseño de portada: LUIS CARLOS CELIS CALDERÓN

Diagramación: MARY LIDIA MOLINA BERNAL

Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio sin
autorización escrita de la Universidad.

EDITADO EN COLOMBIA – EDITED IN COLOMBIA

El presente libro es producto de investigación del proyecto: Elementos de evaluación en ciencias mediante la matemática y el lenguaje, código 402- 08-11, financiado por la Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano.

Tabla de contenido

	Pág.
Introducción	7
Hoja de vida de un ítem	9
Construcciones de ítems abiertos	15
Construcciones de ítems cerrados	19
Comparativo entre formatos	27
Documentación recomendada	29
Referencias bibliográficas	31



1. Introducción

En el marco de la evaluación, el diseño de los instrumentos se ha constituido en una parte esencial de la misma, por tanto la reflexión permanente en torno a la construcción de los ítems y las acciones que de ella se derivan comprenden la idea central que guía el presente escrito.

En el ejercicio cotidiano de su profesión los profesores de matemáticas construyen evaluaciones que se aplicarán a los estudiantes teniendo en cuenta diferentes tipos de consideraciones:

- Los diversos temas cubiertos en el aula de acuerdo a los contenidos programáticos definidos por los lineamientos institucionales o gubernamentales.
- La profundidad en el tratamiento de los temas conforme a los proyectos educativos.
- Los diferentes niveles de complejidad planeados para cada uno de los ítems a diseñar y construir.
- El consenso con colegas que orientan la misma asignatura.
- La necesidad de renovar los ítems que ya han sido usados en aplicaciones anteriores.
- Los diferentes tipos de evaluaciones que tienen las pruebas aplicadas a los estudiantes de los cursos dentro de cada período lectivo: evaluaciones para preinformes o informes de laboratorio, trabajo con asistencia de software, quices, parciales o exámenes finales, que si bien corresponden a la misma asignatura no tienen la misma periodicidad, ponderación y modalidad.

Una aproximación a la construcción de ítems para pruebas en matemáticas

- Participación en la elaboración de pruebas institucionales en las modalidades de evaluación diagnóstica, seguimiento o de resultados para propósitos internos o de familiarización con algunos de los formatos empleados en pruebas externas (de Estado o internacionales).
- En el presente documento se recopilan reflexiones sobre la construcción de ítems, desde varios puntos de vista sugeridos tanto desde la literatura técnica, como desde la experiencia, vinculando los escenarios planteados anteriormente. Aunque la técnica y el formato en el diseño de ítems son importantes, lo fundamental es el conocimiento disciplinar que el profesor conjuga con la percepción que tiene de sus estudiantes, para procurar instrumentos que permitan una valoración en una escala apropiada que distinga los niveles particulares de apropiación del objeto de estudio.

2. Hoja de vida de un ítem

En el diseño de las pruebas cotidianas es relevante construir un banco de ítems que va creciendo en número y se va robusteciendo a través de las revisiones permanentes, la interacción con los estudiantes al realizar aplicaciones de los ítems en las diferentes evaluaciones y las correspondientes observaciones y retroalimentaciones tanto por parte de los evaluados como de los colegas. Para registrar la evolución del trabajo de posicionamiento de un ítem es conveniente diseñar una hoja de vida para cada uno de los que conforman el banco y así tener información de algunas de sus características, por ejemplo: dominio conceptual al que hace referencia, número de veces que se ha aplicado, fecha de la última aplicación y de la última modificación, y tipo de pregunta (abierta, selección múltiple con única respuesta o múltiple respuesta), entre otras.

En la figura 1 se incluye una propuesta para el formato de hoja de vida en el que se han incluido los parámetros del ítem obtenidos mediante el proceso de calibración empleando WINSTEPS 3.73 que tiene su base en el modelo de Rasch (Wright & Stone, 1998, pág. 15).

Figura 1. Hoja de vida de un ítem

Hoja de vida de un ítem			
		1. Código	<input style="width: 100%;" type="text"/>
2. Dominio conceptual	<input style="width: 100%;" type="text"/>	3. Dominio cognitivo	<input style="width: 100%;" type="text"/>
4. Fecha de construcción	<input style="width: 100%;" type="text"/>	5. Constructor del ítem	<input style="width: 100%;" type="text"/>
6. Fecha última versión	<input style="width: 100%;" type="text"/>	7. Último revisor	<input style="width: 100%;" type="text"/>
8. Tipo de pregunta	<input style="width: 100%;" type="text"/>	9. Clave	<input style="width: 100%;" type="text"/>
10. Texto del ítem			
<div style="border: 1px solid black;"></div>			
11. Opciones	12. N° de registros	13. Promedio de habilidad	14. Parámetros del ítem
A.	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>	Dificultad <input style="width: 100%;" type="text"/>
B.	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>	Error <input style="width: 100%;" type="text"/>
C.	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>	Ajuste próximo <input style="width: 100%;" type="text"/>
D.	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>	Ajuste lejano <input style="width: 100%;" type="text"/>
Omisión Z	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>	Correlación <input style="width: 100%;" type="text"/>
15. Total registros	<input style="width: 100%;" type="text" value="0"/>		Discriminación <input style="width: 100%;" type="text"/>
			% Resp. correcta <input style="width: 100%;" type="text"/>
16. Número de registros en la última aplicación	<input style="width: 100%;" type="text"/>	18. Fecha última aplicación	<input style="width: 100%;" type="text"/>
17. Número de ítems de la última aplicación	<input style="width: 100%;" type="text"/>		<input style="width: 100%;" type="text"/>

Para ilustrar los elementos constitutivos de la hoja de vida de un ítem, se relacionan dos de ellos: uno con desempeño estadístico no favorable y otro aceptable, cuyos parámetros¹ fueron estimados durante el proceso de calibración del Examen de Clasificación en Matemáticas de la Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano, usando 2.165 registros obtenidos en las aplicaciones comprendidas entre el tercer período lectivo de 2011 y el tercero de 2012.

1 La estimación de los parámetros se logró con ayuda del software WINSTEPS 3.73. (Linacre, 2008).

EJEMPLO 1

Figura 2. Hoja de vida de un ítem con desempeño no favorable

Hoja de vida de un ítem			
1. Código	1106		
2. Dominio conceptual	Problemas porcentajes	3. Dominio cognitivo	Razonamiento
4. Fecha de construcción	7 de marzo de 2011	5. Constructor del ítem	Patricia Barragán
6. Fecha última versión	18 de abril de 2012	7. Último revisor	Adelina Ocaña
8. Tipo de pregunta	Selecc. múltip. con única resp.	9. Clave	D
10. Texto del ítem			
<p>El número de hombres en un salón es el 80% del total de alumnos del salón. Si se retira el 25% de los hombres, ¿qué porcentaje del nuevo grupo son mujeres?</p>			
11. Opciones		12. N° de registros	13. Promedio de habilidad
A. 80%		18	-0.4317
B. 60%		106	-0.3124
C. 40%		493	-0.0523
D. 25%		259	-0.2026
Omisión Z		11	-0.9987
15. Total registros		887	
16. Número de registros en la última aplicación		2165	
17. Número de ítems de la última aplicación		61	
		18. Fecha última aplicación	
		9 de agosto de 2012	
		14. Parámetros del ítem	
		Dificultad 0.97	
		Error 0.08	
		Ajuste próximo 1.13	
		Ajuste lejano 1.21	
		Correlación 0.17	
		Discriminación 0.70	
		% Resp. correcta 29.2%	

Este ítem, referido al dominio conceptual de problemas con porcentajes, se seleccionó como un ítem de desempeño no favorable porque la clave atrajo a una proporción relativamente reducida de aspirantes (29,2 %) que tenían un promedio de habilidad alta. En razón a esto, se obtuvo información adicional como el reporte de polaridad,² siendo el ítem más polar con una correlación de 0,17, la más baja entre los 61 ítems que conformaban el instrumento de evaluación.

2 Una polaridad positiva indica que las respuestas al ítem correlacionan positivamente con la habilidad estimada (Linacre, 2008, pág. 406).

EJEMPLO 2

Figura 3. Hoja de vida de un ítem con desempeño aceptable

Hoja de vida de un ítem			
		1. Código	1221
2. Dominio conceptual	Ecuaciones de primer grado	3. Dominio cognitivo	Reconocimiento
4. Fecha de construcción	12 de marzo de 2011	5. Constructor del ítem	Patricia Barragán
6. Fecha última versión	18 de abril de 2012	7. Último revisor	Adelina Ocaña
8. Tipo de pregunta	Selecc. múltip. con única resp.	9. Clave	B
10. Texto del ítem			
La solución de la ecuación $4m+2/7-6m=3m+16/7$, es $m=$			
11. Opciones		12. N° de registros	13. Promedio de habilidad
A.	11/7	154	-0.3216
B.	2	449	-0.4798
C.	-2	115	-0.3414
D.	-11/7	174	-0.4377
Omisión Z		11	-1.7738
15. Total registros		903	
		14. Parámetros del ítem	
		Dificultad	0.04
		Error	0.07
		Ajuste próximo	0.86
		Ajuste lejano	0.84
		Correlación	0.49
		Discriminación	1.56
		% Resp. correcta	49.7%
16. Número de registros en la última aplicación		2165	18. Fecha última aplicación
17. Número de ítems de la última aplicación		61	9 de agosto de 2012

Todos los parámetros se encuentran dentro de los rangos de aceptación; este ítem muestra que la clave atrae a la población de mayor habilidad siendo el menos polar del conjunto de ítems del instrumento.

Como información relevante de las propiedades del ítem y que soporta algunos de los parámetros consignados en la hoja de vida, se puede incorporar la curva característica³ del ítem (CCI), obtenida en el último procesamiento. A manera de ejemplo, se vinculan las CCI de los ítems 6 y 21, de los ejemplos 1 y 2 respectivamente. En ellas se puede leer la probabilidad de responder correctamente el ítem en función del nivel de habilidad para cada opción de respuesta elegida por los evaluados así como la curva que corresponde al modelo de Rasch estimado.

3 Las curvas características de los ítems se obtuvieron con el software WINSTEPS 3.73.

Figura 4. Curva característica del ítem 6 descrito en el ejemplo 1

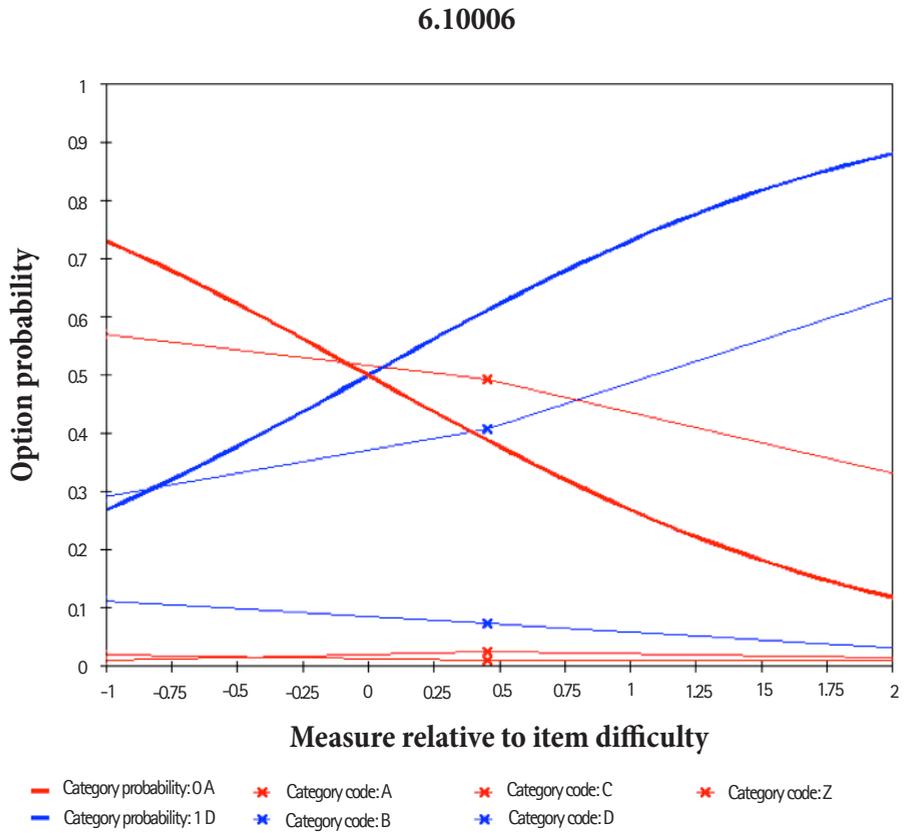
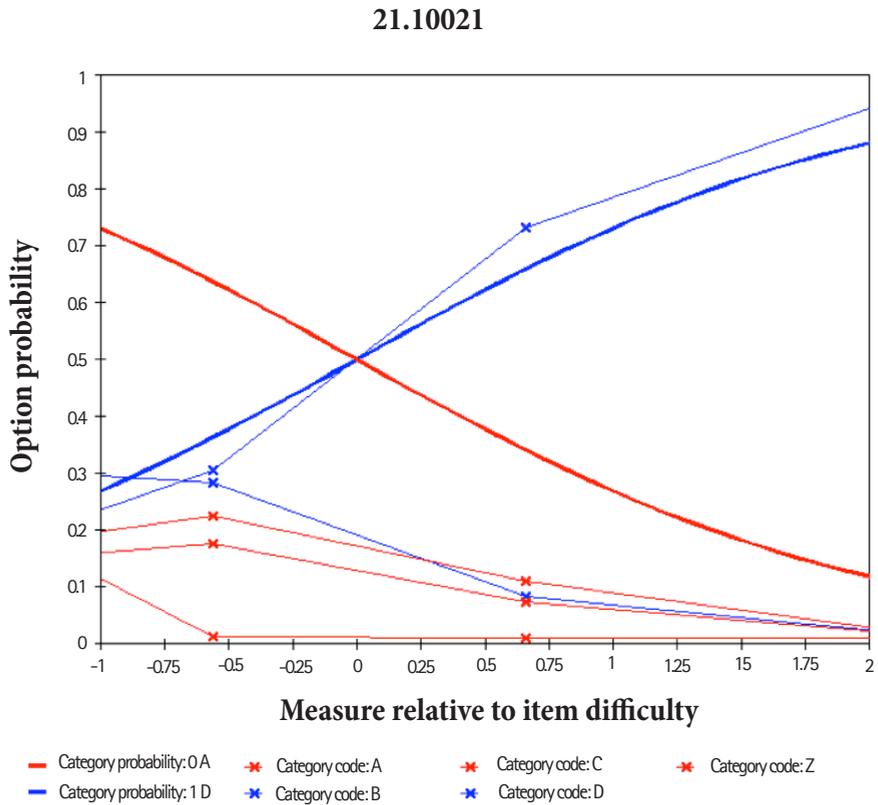


Figura 5. Curva característica del ítem 21 descrito en el ejemplo 2



3. Construcciones de ítems abiertos

Los ítems cerrados formulados en las pruebas de Estado y en las pruebas internacionales realizadas en los últimos años, han conducido a que los ítems abiertos conformen solo una parte de los bloques de preguntas y dejen de tener el papel protagónico en las evaluaciones cotidianas (aunque en las preguntas liberadas por PISA figuran ítems abiertos) (OECD, 2004, pág. 58), con el ánimo de preparar a los estudiantes para estas pruebas. Ahora, considerando las tendencias internacionales actuales que propenden por el trabajo en matemáticas mediante la modelación y la simulación (National Science Foundation, 2006, págs. 9-12) (Teicher, 2010, págs. 1-3), los ítems abiertos proveen una herramienta poderosa para observar el proceso de tránsito entre los dominios cognitivos: reconocimiento, aplicación y razonamiento (Mullis, Martin, Ruddock, Sullivan, & Preuschoff, 2009, págs. 40-46) de cada estudiante; por otra parte, hace posible evaluar el avance en la comprensión de los dominios conceptuales objeto de estudio de las diferentes asignaturas mediante el modelado y la simulación. La evaluación mediante una pregunta abierta es el espacio en el que es posible observar el manejo simbólico, el diseño del procedimiento para la elaboración de la solución, la interpretación de lo obtenido y la redacción de la respuesta.

La evaluación no es el punto en el que culmina una parte del estudio en un curso (Bogoya, 2006, pág. 3), también se aprende cuando un estudiante aborda un ítem en una prueba bien sea por el razonamiento que implica el nuevo contexto en particular o por el mecanismo de pregunta que puede no resultarle familiar. De modo que para orientar ese momento específico de aprendizaje, en el que, como constructor o evaluador se espera que el estudiante exhiba una respuesta construida de acuerdo a su experiencia personal en matemáticas y al marco teórico establecido, puede formularse el ítem abierto, seccionando la aproximación a la solución haciendo preguntas a partir de este, aumentando el grado de complejidad.

EJEMPLO 3

La administración del hotel en el que usted trabaja ha encontrado que, con un precio diario por habitación de US\$260 incluyendo el servicio, puede mantener ocupadas las 160 habitaciones que tiene disponibles al público. La administración paga diariamente, por cada habitación ocupada, US\$80 por concepto de impuestos y servicio, y por cada una de las desocupadas US\$60 por impuestos.

En un estudio de mercadeo realizado, se determinó que por cada US\$20 de incremento en el precio diario por habitación, 4 habitaciones dejan de ocuparse. Esta situación compromete la utilidad diaria del hotel y requiere especial atención.⁴

- a) En vista de la importancia de hacer seguimiento a la política de mercadeo implementada, diligencie la planilla que se muestra abajo:

Tabla 1. Formato para identificación de variables y relaciones funcionales presentes en el problema

Incrementos a aplicar	Habitaciones ocupadas	Habitaciones desocupadas	Ingreso total	Costo total	Utilidad
0					
2					
15					
<i>n</i>					
25					
38					
50					

- b) ¿Qué ocurre cuando se hacen 38 incrementos de US\$20 o más?

.....

- c) ¿Cuál es la utilidad para 3 y para 24 incrementos de US\$20? Anote las recomendaciones que considere pertinentes.

.....

⁴ Problema adaptado (Zill, 2000, pág. 192).

d) ¿Cuál es la utilidad máxima? ¿Para qué número de incrementos ocurre?

.....
.....

e) ¿Cuál es el modelo matemático⁵ que permite tener un panorama general de la situación? ¿Qué directrices deben establecerse para los incrementos en los precios de las habitaciones?

.....
.....

f) Adjunte a la planilla las recomendaciones que crea relevantes, si lo considera necesario incluya gráficas.

.....
.....

Usualmente, las situaciones problema que corresponden al dominio conceptual de las funciones cuadráticas preguntan directamente por la abscisa y la ordenada del vértice, sin otro objetivo. Con un trabajo como el que describe el ejemplo 3, se espera que el estudiante evoque entre otras cosas los lineamientos de expertos en el planteamiento de modelos.⁶

EJEMPLO 4

Se desea estudiar la relación entre la nota que obtiene un estudiante en un examen final de estadística con el número de horas de estudio. Se indagó en una muestra de 20 estudiantes y se registró la información en la tabla 2.⁷

5 Un modelo es entonces un constructo diseñado para estudiar un sistema o fenómeno del mundo real; esta definición incluye representaciones gráficas y simbólicas, la simulación y la construcción de experimentos (Blanchard, 2006, pág. 2).

6 Los pasos establecidos son: PASO 1, identifique el problema; PASO 2, establezca hipótesis, clasifique las variables y determine las relaciones entre las variables seleccionadas; PASO 3, resuelva o interprete el modelo; PASO 4, verifique el modelo; PASO 5, implemente el modelo; PASO 6, haga mantenimiento al modelo (Giordano, Fox, Horton, & Weir, 2009, pág. 61).

7 La idea original de la situación problema corresponde al profesor Manuel Ricardo Contento Rubio, de la asignatura de Estadística Descriptiva y Probabilidad de la Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano. Los datos fueron capturados mediante pregunta directa.

Tabla 2. Número de horas de estudio empleadas para el examen final de estadística y nota obtenida

Horas de estudio	1	4	7	6	2	3	3	1	4	7	6	2	3	5	4	7	6	2	3	3
Nota	1,4	3,1	3,9	3,4	1,5	2	2,5	2	2,7	3,5	4	2,8	2,7	3,3	2,5	3,5	3	2	2,5	2,9

- a) ¿Cuál de estas cantidades actúa como variable independiente y cuál como variable dependiente? ¿Por qué hace esa elección?

.....

- b) Encuentre la ecuación de la recta que mejor ajusta los datos. ¿Qué restricciones debe imponer a las variables presentes, considerando, por ejemplo, el Reglamento Estudiantil?⁸

.....

- c) ¿Qué interpretación se puede dar a la pendiente y a la ordenada al origen en el modelo?

.....

- d) ¿Cuánto se espera que obtenga un estudiante en el examen si estudió 5 horas?

.....

- e) ¿Cuál podría ser el tiempo adecuado de estudio para obtener una nota superior a 4,0? Y, ¿para obtener una nota de 3,0 en el examen final?

.....

⁸ El Reglamento Estudiantil de la Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano estipula que la escala de calificaciones es de 0,0 a 5,0.

4. Construcciones de ítems cerrados

Para el presente documento se tendrán en cuenta, en la construcción de ítems cerrados para matemáticas, solamente dos tipos: las preguntas de selección múltiple con única respuesta y las de selección múltiple con múltiple respuesta.

Preguntas de selección múltiple con única respuesta:

En general los ítems de selección múltiple con única respuesta pueden construirse con un número n de opciones considerando que la probabilidad de contestar la respuesta correcta es de $\frac{1}{n}$ si el evaluado responde al azar; estas preguntas cerradas en las que se formulan n opciones de respuesta y una sola de ellas actúa como clave (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior ICFES, 2009, pág. 9), aparecen como oportunidades para indagar por la interpretación de modelos y también por procesos algorítmicos que si bien pueden resultar como pasos intermedios en la construcción de un modelo, se requiere eficacia y eficiencia a la hora de calcular.

Puede elaborarse o adaptarse una situación problema y diseñarse un conjunto de ítems cerrados que aborden el modelo desde varias aristas, es decir, a partir de un mismo enunciado construir entre uno y cinco ítems de tal manera que unas respuestas no dependan de otras sino que ofrezcan una versión modular y que integradas permitan tener una visión panorámica del objeto de estudio/evaluación (Bogoya, 2006, pág. 4). Consecuentemente, cada una de las opciones a seleccionar debe concretar una posibilidad de cálculo, de lectura o de interpretación.

EJEMPLO 5

Responda las preguntas 1 a 4 de acuerdo con la siguiente información y con el reporte combinado que se muestra en la figura 6:

Bryant's Pizza es un productor de pizzas congeladas. La empresa tiene una utilidad de un dólar por cada pizza sencilla que produzca y de \$1,50 por cada pizza especial. Cada una incluye una combinación de pasta de harina y de mezcla de relleno. Actualmente, la empresa tiene 150 libras de mezcla de pasta y 50 libras de mezcla de relleno. Cada pizza sencilla utiliza 1 libra de mezcla de pasta de harina y 4 onzas de mezcla de relleno. Cada pizza especial utiliza 1 libra de mezcla de pasta de harina y 8 onzas de mezcla de relleno. Con base en la demanda del pasado, Bryant's puede vender por lo menos 50 pizzas sencillas y por lo menos 25 pizzas especiales.⁹

Figura 6. Solución y análisis posoptimal del problema

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	100.00	1.00	100.00	0	basic	0.75	1.50
X2	50.00	1.50	75.00	0	basic	1.00	2.00
Objective	Function	(Max.) =	175.00				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	150.00	\leq	150.00	0	0.50	125.00	175.00
C2	800.00	\leq	800.00	0	0.13	700.00	1000.00
C3	100.00	\geq	50.00	50.00	0	-M	100.00
C4	50.00	\geq	25.00	25.00	0	-M	50.00

- 1) A través de un nuevo proveedor es posible aumentar el número de libras de pasta de harina disponibles en 10 libras; así la empresa proyecta una utilidad total de:

⁹ Problema adaptado (Anderson, Sweeney, & Williams, 1998, pág. 270). La solución óptima y el análisis de sensibilidad se calculan en el reporte combinado que ofrece el software WINQSB 2.0.

- A) \$5.
 - B) \$175.
 - C) \$180.
 - D) \$185.
 - E) \$190.
- 2) Analizando la situación comercial de la empresa, se considera la posibilidad de arrendarla. El administrador estipula que el mínimo canon de arrendamiento tendría que ser de:
- A) \$75.
 - B) \$100.
 - C) \$175.
 - D) \$800.
 - E) \$1.100.
- 3) El precio asignado por cada libra de pasta de harina en existencia en el proceso de arrendamiento es:
- A) \$0,13.
 - B) \$0,50.
 - C) \$1,00.
 - D) \$1,50.
 - E) \$2,50.
- 4) El departamento de Contabilidad llegó a la conclusión de que las contribuciones a las utilidades originales de \$1 para las pizzas sencillas y \$1,50 para las especiales, se calcularon de manera incorrecta; los valores correctos deberían haber sido \$0,9 para las pizzas sencillas y \$1,3 para las pizzas especiales. La solución óptima no se modifica porque:
- A) Los coeficientes de la función objetivo se modifican simultáneamente y esto no genera una contribución adicional a la utilidad.
 - B) Los precios sombra siguen siendo aplicables ya que la disponibilidad de la pasta de harina y de relleno no se ven afectados.

Una aproximación a la construcción de ítems para pruebas en matemáticas

- C) La solución óptima no mejorará a menos que se modifique alguna de las disponibilidades de los recursos, esto es, de la pasta de harina o de relleno.
- D) La suma de los porcentajes de decremento permisibles representados por los cambios porcentuales no exceden el 100%.
- E) El plan de producción de las pizzas sencillas y especiales cambia pero las nuevas contribuciones unitarias a las utilidades lo compensan.

Aunque en la información se muestra un reporte que exhibe el cálculo del valor óptimo y el análisis posóptimo, no se especifica si corresponde al problema primal o al problema dual, de modo que el estudiante debe discernir qué tipo de información tiene a su disposición y cómo la va a emplear. En el ítem 1, se indaga por el concepto de precio sombra enmarcado en la situación presentada. Al considerar el cambio en la disponibilidad del recurso es necesario notar que el nuevo valor para el lado derecho (RHS) de la restricción se encuentra en el rango de optimalidad porque el incremento es menor que el permisible, así que el precio sombra de \$0,5 es aplicable; se espera que la operación realizada sea $175+10\times 0,5=180$, teniendo así que la clave es C. La opción A podría ser marcada por el estudiante si solo considera la nueva cantidad disponible del recurso y su precio sombra ($10\times 0,5=5$). La opción B corresponde a que observe que el incremento es menor que el permisible y por esto no cambie la utilidad. La opción D recoge el cálculo de la suma de la utilidad actual y el producto de la contribución unitaria a la utilidad de la pizza sencilla con las 10 libras de pasta de harina en que se aumenta la disponibilidad ($175+1\times 10=185$). La opción E refleja la suma de la utilidad actual más el producto de la contribución unitaria a la utilidad de la pizza especial, con las 10 libras de pasta de harina en que se aumenta la disponibilidad ($175+1,5\times 10=190$).

Los ítems 1 a 4 fueron construidos como ítems dicotómicos: solo una de las opciones es correcta. Definiendo la probabilidad de marcar la respuesta correcta al azar como 0,20 se formularon 5 opciones de respuesta, lo que contribuye a preparar a los estudiantes para los formatos estatales actuales que tienen 4 opciones. Para los ítems 1 a 3 se procuró que las opciones numéricas estuvieran ordenadas de forma ascendente respecto a su valor absoluto; para el ítem 4, cuyas opciones son cualitativas, se cuidó que las longitudes de las mismas fueran similares. Como los ítems 1 a 4 se pueden formular en un solo bloque, la ubicación de las claves fue deliberadamente seleccionada para que estuvieran en posiciones diferentes, es decir que no todas fueran D, por ejemplo.

Los niveles de complejidad de los ítems 1 a 4 fueron proyectados de forma creciente. Se procuró que cada opción en sí misma fuera una pregunta, diseño que añade una mayor complejidad.

En contraste con el ejemplo 5, se formula un ítem de crédito parcial en el que todas las opciones presentadas son correctas pero en diferentes grados de precisión y de acuerdo con este grado se asigna una ponderación para su valoración.

EJEMPLO 6

Considerando el teorema del valor intermedio, el intervalo cerrado¹⁰ que con mayor precisión contiene una raíz de la ecuación $x^2 = \sqrt{x+1}$ es:

- A) [1.0, 2.0]
- B) [1.1, 1.9]
- C) [1.2, 1.8]
- D) [1.1, 1.4]
- E) [1.2, 1.3]

Aunque los intervalos propuestos en las 5 opciones contienen una de las raíces de la ecuación, cada uno tiene una longitud diferente, organizadas estas de mayor a menor. Es conveniente que los ítems que tienen opciones numéricas, en un mismo instrumento, tengan la misma disposición, bien sea de mayor a menor o al contrario, pero no indistintamente.

Preguntas de selección múltiple con múltiple respuesta:

Las preguntas de selección múltiple con múltiple respuesta representan en sí mismas un reto para los estudiantes evaluados porque, además de abordar el dominio conceptual sobre el que se les indaga, deben estar atentos a la marcación eligiendo dos o más de las opciones, de manera que es preferible que cada vez que se formulen ítems con este formato aparezca en el enunciado la forma en que deben elegir la marcación.

¹⁰ En las opciones para los intervalos, el punto representa el separador decimal y la coma el separador entre los límites superior e inferior del intervalo.

EJEMPLO 7

Para contestar las preguntas de selección múltiple con múltiple respuesta tenga en cuenta que:

Si 1 y 2 son correctas marque A

Si 2 y 3 son correctas marque B

Si 3 y 4 son correctas marque C

Si 2 y 4 son correctas marque D

Si 1 y 3 son correctas marque E

Para responder las preguntas 1 y 2, considere la tabla de valores para f, g, f' y g' .

Tabla 3. Tabla de valores funcionales para f, g, f' y g'

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	3	2	4	7
2	1	8	5	
3	7	2	7	9

1) Si $L(x) = (fg)(x)$ y $H(x) = (gf)(x)$, es cierto que:

1. $L'(1) = 30$.
2. $L'(2) = 35$.
3. $H'(1) = 36$.
4. $H'(2) = 42$.

2) Si $F(x) = (f \circ f)(x)$ y $T(x) = (fg)(x)$, es verdadero que:

1. $F'(1) = 4$.
2. $F'(2) + T(2) = 28$.
3. $F(2) + T'(2) = 50$.
4. $T'(3) = 67$.

En el ítem 1, las opciones se organizaron respecto a la función a la que hacen referencia; el ítem en su totalidad pertenece al dominio conceptual de derivación mediante la *regla de la cadena*. En el ítem 2, las opciones se construyeron en pares respecto a la longitud y al aspecto algebraico, indagando por la diferencia que existe entre la derivación para una composición de funciones y para un producto de funciones. En síntesis, en los dos casos las opciones de respuesta apuntan a evaluar dominios cognitivos similares para que cada ítem no se convierta en cuatro ítems juntos.

EJEMPLO 8

Para contestar las preguntas de selección múltiple con múltiple respuesta tenga en cuenta que:

Si 1 y 2 son correctas marque A

Si 2 y 3 son correctas marque B

Si 3 y 4 son correctas marque C

Si 2 y 4 son correctas marque D

Si 1 y 3 son correctas marque E

Dadas las gráficas de f y de g ,¹¹ utilícelas para contestar la pregunta 1.

Figura 7. Gráfica de la función f

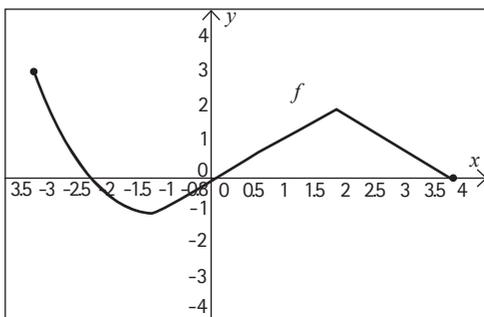
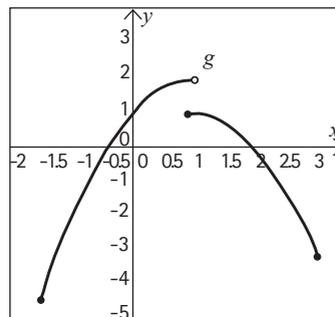


Figura 8. Gráfica de la función g



11 Las gráficas de las funciones exhibidas en el ejemplo 8 fueron obtenidas con el software Geogebra 4.2.

Una aproximación a la construcción de ítems para pruebas en matemáticas

Las funciones f y g satisfacen:

$$1. \int_{-1}^1 f(x) dx = 0.$$

$$2. 0 \leq \int_{-1}^1 g(x) dx \leq 1.$$

$$3. \frac{1}{2} \leq \int_1^2 g(x) dx \leq 1.$$

$$4. \int_{-1}^{1,5} 4f(x) dx = 4.$$

El ítem planteado en el ejemplo 8 parte de las representaciones gráficas de dos funciones para evaluar el concepto y las propiedades de la integral definida, donde se espera que no se hagan mayores cálculos, es decir, que los estudiantes no usen técnicas muy elaboradas para encontrar su solución. Un ítem de este estilo podría resultar apropiado para una evaluación conjunta entre diversos grupos de estudiantes.

5. Comparativo entre formatos

Los ítems que se formulan en este apartado versan sobre el mismo dominio conceptual: optimización en el cálculo con una variable independiente; sin embargo de acuerdo a la competencia sobre la que se quiere indagar se han empleado dos de los formatos expuestos, pregunta abierta y pregunta cerrada con única respuesta.

EJEMPLO 9

Para determinar el punto sobre la recta $y = 2x + 5$ que se encuentra más cerca del origen:

a) Encuentre la distancia de:

- (1,7) a (0,0)

.....
.....

- (3,11) a (0,0)

.....
.....

b) Defina las variables independiente y dependiente a usar en el modelo.

.....
.....

c) Encuentre el modelo matemático que le permite resolver el problema.

.....
.....

d) ¿Cuál es el punto de más cercano al origen?

.....
.....

El objetivo del ítem planteado en el ejemplo 9 es encontrar el modelo que permita hallar el segmento más corto que tenga como extremos un punto sobre la recta y el origen. Para lograrlo, se enfoca la atención hacia dos casos particulares; con ellos se espera que el estudiante observe que al calcular la distancia entre los puntos $(x, 2x + 5)$ y $(0,0)$, construye una parte necesaria para la solución. Así puede plantearse un modelo como el siguiente:

x := Primera componente de cualquier punto sobre la recta $y = 2x + 5$.

D := Distancia entre los puntos $(x, 2x + 5)$ y $(0,0)$.

Minimizar $D(x) = \sqrt{5x^2 + 20x + 25}$ para $x \in \mathbb{R}$.

Finalmente, con este modelo planteado, el estudiante puede mostrar su competencia en el desarrollo algorítmico implementando los criterios de la primera y la segunda derivada para obtener el punto $(-2, 1)$, cuya distancia a $(0,0)$ es $\sqrt{5}$, que es la menor distancia de la recta al origen.

EJEMPLO 10

El punto de la recta $y = 2x + 5$ más cercano al origen es:

- A) $(-2, \sqrt{5})$
- B) $(-\frac{5}{2}, 0)$
- C) $(-5, -5)$
- D) $(-2, 1)$
- E) $(0, 5)$

En este ítem se propende por averiguar la competencia en el cálculo y en la implementación de los criterios de la primera y la segunda derivada, considerando que la efectividad y la eficiencia algorítmica también son importantes, pues aunque existen sistemas algebraicos computacionales o aplicativos en línea para efectuar este tipo de cálculos, en las primeras etapas del aprendizaje es importante robustecer los criterios teóricos para que el estudiante pueda validar lo que hace el software y no al contrario.

6. Documentación recomendada

El problema de la construcción de ítems como parte fundamental de la evaluación por contenidos o por competencias ha sido abordado desde el punto de vista de expertos teóricos así como en la experiencia de diferentes organizaciones a nivel nacional e internacional, quienes han compilado recomendaciones e ítems en matemáticas que se han calibrado con poblaciones de estudiantes de tamaño considerable y de diferentes nacionalidades y proveniencias. En la tabla 4 se incluye bibliografía que puede contribuir a esclarecer con precisión la metodología, la intencionalidad académica y técnica para el diseño de pruebas.

Tabla 4. Documentación recomendada

Documento	Caracterización	Formato
Wright, B., & Stone, M. (1998). <i>Diseño de mejores pruebas</i> . México: Ceneval.	Manual para usar la estimación Rasch de forma teórica y práctica.	Libro
Moreno, R., Martínez, R., & Muñiz, J. (2004). Directrices para la construcción de ítems de elección múltiple. <i>Psicothema</i> , 16(3), 490-497.	Guía para construcción y análisis de ítems de selección múltiple.	http://www.psicothema.com/psicothema.asp?id=3023
OECD. (2009). <i>PISA take the test</i> . Paris: OECD.	Ítems en matemáticas liberados por PISA.	http://browse.oecd-bookshop.org/oecd/pdfs/free/9809051e.pdf
TIMSS. (1994). <i>TIMSS Mathematics Items: Released set for population 1 (Third and fourth grades)</i> . Boston: TIMSS & PIRLS international study center. Lynch School education. Boston College.	Ítems en matemáticas liberados por TIMSS.	http://www.education.gov.za/LinkClick.aspx?fileticket=gWr-coxvqUMI%3D&tabid=666&mid=1861

Una aproximación a la construcción de ítems para pruebas en matemáticas

<p>Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior ICFES. (16 de Febrero de 2009). <i>Fundación universitaria Luis Amigó</i>. Recuperado el 30 de abril de 2013, de http://www.funlam.edu.co/uploads/facultadpsicologia/324614.pdf</p>	<p>Reglas para elaborar ítems con única respuesta. ICFES.</p>	<p>http://www.funlam.edu.co/uploads/facultadpsicologia/324614.pdf</p>
--	---	--

7. Referencias bibliográficas

- Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (1998). *Métodos cuantitativos para los negocios*. México: Cengage Learning.
- Blanchard, P. (2006). *Differential Equations*. Boston: Thomson Brooks/Cole.
- Bogoya, D. (16 y 17 de diciembre de 2006). *Evaluación Educativa en Colombia*. Recuperado el 19 de abril de 2013, de 2. Giros en Evaluación: <http://w3.icfes.gov.co:8080/seminariointernacional/ktmllite/files/uploads/DANIEL%20BOGOYA.pdf>
- Davis, K. (1986). *Modelos cuantitativos para administración*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Giordano, F., Fox, W., Horton, S., & Weir, M. (2009). *A first course in mathematical modeling*. Belmont, USA: Brooks/Cole Cengage Learning.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior ICFES. (16 de febrero de 2009). *Fundación universitaria Luis Amigó*. Recuperado el 30 de abril de 2013, de <http://www.funlam.edu.co/uploads/facultadpsicologia/324614.pdf>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior ICFES. (19 de abril de 2013). *Presentación de exámenes*. Recuperado el 22 de abril de 2013, de ¿Cómo se elaboran las pruebas?: <http://www.icfes.gov.co/exámenes/acerca-de-las-evaluaciones/como-se-elaboran-las-pruebas>
- Linacre, J. (2008). *A user's guide to WINSTEPS*. Chicago: Jhon Linacre.
- Moreno, R., Martínez, R., & Muñiz, J. (2004). Directrices para la construcción de ítems de elección múltiple. *Psicothema*, 16(3), 490-497.
- Mullis, I., Martin, M., Ruddock, G., Sullivan, C., & Preuschoff, C. (2009). *Timss 2011. Assessment Frameworks*. Boston: Lynch School of Education, Boston College.

Una aproximación a la construcción de ítems para pruebas en matemáticas

- National Science Foundation. (Mayo de 2006). *Report of the National Science Foundation*. Recuperado el 19 de abril de 2013, de Simulation-Based Engineering Science. Revolutionizing Engineering Science Through Simulation: Report of the National Science Foundation: http://www.nsf.gov/pubs/reports/sbes_final_report.pdf
- OECD. (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003*. Recuperado el 19 de abril de 2013, de Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas: <http://www.oecd.org/pisa/39732603.pdf>
- OECD. (2009). *PISA 2009. Assesment framework. Key competencies in reading, mathematics and science*. París: OECD.
- OECD. (2009). *PISA take the test*. París: OECD.
- Teicher, M. (30 de abril de 2010). *ICSU Survey On Activities And Experiences In Science Education*. Recuperado el 19 de abril de 2013, de http://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Report/Survey_RPSE_IMU.pdf
- TIMSS. (1994). *TIMSS Mathematics Items: Released set for population 1 (Third and fourth grades)*. Boston: TIMSS & PIRLS international study center. Lynch School education. Boston College.
- Wright, B., & Stone, M. (1998). *Diseño de mejores pruebas*. México: Ceneval.
- Zill, D. (2000). *Álgebra y Trigonometría*. Bogotá: McGraw Hill.

